

Mesurer la pauvreté dans une perspective multidimensionnelle : une revue de la littérature

Sami BIBI

Faculté des Sciences Économiques et de Gestion de Tunis,
et CRÉFA-CIRPÉE, Université Laval, Québec, Canada

7 octobre 2002

Résumé

1 Introduction

Une mesure de pauvreté est un indice permettant de synthétiser l'ensemble des informations disponibles concernant la population pauvre. Étant donné une distribution d'un ou de plusieurs indicateurs de bien-être individuel et d'un seuil de pauvreté relatif à chacun des indicateurs sélectionnés, elle résume, en un indice simple, l'ampleur de la pauvreté qui résulte de cette distribution. Spécifier une mesure de pauvreté n'est pas, cependant, une tâche simple. En effet, une telle mesure nous amène à poser plusieurs questions d'ordre conceptuel et méthodologique telles que : quels indicateurs du bien-être individuel faut-il retenir ? À partir de quel niveau de bien-être considère-t-on un individu pauvre ? Comment peut-on synthétiser l'ensemble des informations concernant la population pauvre en une mesure synthétique de pauvreté ? Comme le souligne la littérature économique analysant ces questions, il est souvent difficile, voire même impossible, de trouver un consensus autour de la démarche à adopter afin d'aboutir à une mesure appropriée de la pauvreté. La diversité d'opinions provient du fait que la pauvreté n'est pas un concept objectif. Il s'agit, au contraire, d'un concept complexe dont l'analyse normative entraîne inéluctablement le choix de critères d'ordre éthique. Ces derniers, bien qu'ils nous permettent de délimiter le concept de la pauvreté, nous éloignent de tout accord universel sur les résultats de la mesure retenue.

La section 2 développe certaines méthodologies qui ont tenu compte des multiples aspects de la pauvreté, sans pour autant suivre une approche axiomatique. La section 3 présente le cadre théorique des mesures multidimensionnelles de pauvreté basées sur une approche axiomatique. Enfin, la section 4 conclut ce travail.

2 Mesures multidimensionnelles de pauvreté : une approche non-axiomatique

Les travaux empiriques sur la pauvreté sont souvent basés sur un indicateur unidimensionnel pour apprécier le bien-être d'une personne, tel que le revenu (ou les dépenses totales) par tête ou par adulte équivalent. Lorsque plus qu'une dimension de bien-être est considérée en dehors d'une démarche axiomatique, les comparaisons de pauvreté sont soit basées sur une combinaison d'un ensemble d'indicateurs préalablement agrégés à travers les individus (section 2.1), soit basées sur des données individuelles permettant d'agréger les indicateurs de bien-être retenus au niveau individuel, ensuite agrégés à travers les individus (section 2.2).

2.1 Utilisation de plusieurs indicateurs agrégés de bien-être

Une façon simple de tenir compte de l'aspect multidimensionnel de la pauvreté est d'utiliser plusieurs indicateurs agrégés de bien-être à la fois. Cette voie a été suivie, par exemple, par Adams et Page (2001). Ils ont affirmé que communauté internationale est de plus en plus sensible à d'autres aspects non-matérialistes de la pauvreté, tels que l'éducation l'espérance de vie à la naissance et la santé, en plus de l'aspect monétaire. A partir des données agrégées de la Banque mondiale disponibles pour plusieurs pays de la région du Moyen Orient et de l'Afrique du Nord, ces auteurs comparent les performances enregistrées au niveau de chaque indicateur dans certains pays de cette région. Ils remarquent qu'il n'existe pas une relation claire entre la réduction monétaire de la pauvreté et l'amélioration des autres indicateurs de bien-être. Un pays peut avoir un taux élevé de pauvreté monétaire tout en présentant des taux de scolarisation élevé. La réciproque est également possible. La comparaison entre ces pays ne peut donc se faire si tous ces indicateurs ne sont pas agrégés en un seul indice synthétique.

Le rapport de développement humain publié par la PNUD (1997) affirme que, bien qu'il renvoie à une dimension cruciale de la pauvreté, le manque de revenu ne fournit qu'une image partielle des multiples causes qui agissent sur le niveau de bien-être des individus (avoir une longue vie, être en bonne santé, bien nourri, bien éduqué, bien intégré dans la société, etc.). Il serait donc indiqué de proposer une nouvelle mesure de pauvreté qui prend en compte d'autres indicateurs de bien-être, notamment :

1. Un indicateur qui renseigne sur la privation de vivre longtemps. Celui-ci, noté IPH_1 , est donné par le pourcentage des individus ayant une espérance de vie inférieure à 40 ans.
2. Une mesure qui synthétise les problèmes liés à l'accès à l'éducation et à la communication. A cette fin, le pourcentage de la population adulte illettrée, noté IPH_2 , est l'indicateur approprié.

3. Un indice composite résumant un aspect matériel du niveau du bien-être, noté IPH_3 . Cet indice s'obtient en calculant la moyenne arithmétique de trois indicateurs à savoir : le pourcentage de la population ayant accès aux services de santé (noté $IPH_{3,1}$), à l'eau potable (noté $IPH_{3,2}$), et le pourcentage des enfants âgés de moins de 5 ans souffrant de la malnutrition (noté $IPH_{3,3}$).

L'indice de pauvreté proposé a été élaboré par Arnand et Sen (1997). Il prend la forme suivante :

$$IPH = (w_1IPH_1^\theta + w_2IPH_2^\theta + w_3IPH_3^\theta)^{\frac{1}{\theta}}, \quad (1)$$

avec $w_1 + w_2 + w_3 = 1$ et $\theta \geq 1$.

Pour $\theta = 1$, les trois composantes de IPH sont parfaitement substituables. Par contre, lorsque θ tend vers l'infini, cet indice tendra vers la valeur maximale de ses trois composantes, i.e. $Max.(IPH_1, IPH_2, IPH_3)$. Dans ce cas, l' IPH ne baisse que si sa composante la plus élevée diminue. Ces deux cas extrêmes sont donc difficiles à défendre. Une valeur intermédiaire est donc préconisée lors des comparaisons ordinales de pauvreté.¹

L'indice IPH laisse de côté la dimension monétaire de la pauvreté. Celle-ci est au moins aussi importante que les dimensions captées par cet indice. Par ailleurs, cet indice ne tient pas compte de la corrélation qui peut exister entre ses trois composantes. Ainsi, un individu illettré ayant une espérance de vie inférieure à 40 ans sera doublement comptabilisé. Enfin, les comparaisons ordinales de pauvreté vont être très sensible aux choix (arbitraires) des w_i .² Une approche alternative, permettant de mieux caractériser le poids relatif à chacun des attributs sélectionnés, serait certainement plus adéquate.

Le problème de choix d'un système de pondération approprié pour différents indicateurs de bien-être a été abordé par Ram (1982).³ Selon cet auteur, il faut laisser les données déterminer le poids optimal associé à chaque attribut, et la méthode d'analyse en composante principale (ACP) devient donc appropriée. Collicelli et Valerii (2000-2001) ont suivi cette démarche pour construire plusieurs indices multidimensionnels de pauvreté. Ces indices sont obtenus en combinant différents indicateurs simples de bien-être (monétaire et non-monétaires).⁴

Pour ce faire, ils ont réduit le nombre d'attributs en déduisant des nouveaux,

¹Cette méthode a été utilisée notamment par Collicelli et Valerii (2001). Les résultats de leur analyse montre que certains pays ont effectivement une faible incidence de pauvreté mais un fort indice IPH . Par ailleurs, Durbin (1999) a suggéré de calculé un indice IPH de genre pour pouvoir comparer la pauvreté des femmes par rapport à celle des hommes.

²Nous pouvons également reprocher aux composantes de l' IPH de ne pas respecter l'axiome de monotonie de Sen (1976).

³Dans cet article, Ram (1982) critique l'approche de Moris (1979) qui, en proposant un indice de la qualité de vie humaine, a attribué le même poids au taux d'analphabétisme, de mortalité infantile, et à l'espérance de vie à la naissance. A l'aide de l'ACP, l'auteur trouve plus optimal d'associer un poids de 0.4 au premier attribut, 0.32 au deuxième, et 0.28 au troisième.

⁴Voir aussi Maasoumi et Nickelsburg (1988).

appelées facteurs.⁵ Ces facteurs représentent l'ensemble des variables d'origines sous formes d'indices synthétique. Ils sont obtenus à l'aide d'une combinaison linéaire des variables d'origine. Le système de pondération associé aux attributs d'origine est déduit de façon à reproduire la plus grande variabilité de ces dernières. Les variables "facteurs" sont indépendantes les une des autres. Chacune d'elle reflète un aspect particulier du phénomène de la pauvreté. La comparaison ordinale de la pauvreté sera donc faite selon chacun de ces facteurs. Cela permet de réaliser deux objectifs à la fois. D'une part, rassembler les informations disponibles sous forme d'indices synthétiques et, d'autre part, identifier les multiples dimensions qui déterminent le niveau de pauvreté dans chaque pays afin de mieux saisir les disparités régionales.

Plusieurs attributs ont été sélectionnés pour l'application empirique. Certains reflètent l'aspect monétaire (le PIB par tête, coefficient de *GINI*), d'autres l'accès à l'éducation (taux d'analphabétisme, dépenses publiques pour l'éducation en pourcentage du PIB), et à la santé (taux de mortalité infantile, espérance de vie à la naissance). Les résultats qui en résultent est que le facteur qui synthétise la plus grande variabilité classe certains pays de l'Amérique Latine et de l'Afrique du nord dans une position intermédiaire entre les pays de l'OCDE et les pays Sud-Sahariens.

En utilisant différents indice agrégés, la méthode suivie par Collicelli et Valerii (2000-2001) ne résolu pas le problème du double compte. Ce problème ne peut être évité que lorsque des données individuelles sont utilisées. C'est que nous proposons de présenter dans la section suivante.

2.2 Mesures de pauvreté basées sur des données individuelles

Une voie simple pour traiter l'aspect multidimensionnel de la pauvreté consiste à supposer que les divers attributs d'un individu peuvent être agrégés dans un indicateur cardinal simple de bien-être. La pauvreté peut donc être définie par rapport à cet indicateur. En d'autres termes, un individu serait considéré pauvre si son indice de bien-être global tombe au-dessous d'une certaine ligne de pauvreté, dont la spécification rend compte des aspects multidimensionnels de la pauvreté.

Cette voie a été emprunté notamment par Smeeding et al. (1993). Ils partent d'une idée simple qui consiste à dire que le bien-être des individus dépend, en plus de leur revenu monétaire, de leur accès à certains services sociaux tels que l'éducation et la santé. Par ailleurs, dans la mesure où ils sont propriétaires de leur logement, les individus tirent profit du service de leur logement. Dès lors, mettre au même pied d'égalité deux individus ayant le même revenu mais l'un est propriétaire de son logement alors que l'autre est locataire revient à sous estimer le niveau du bien-être du propriétaire.

Pour tenir compte de ces différents éléments, Smeeding et al. (1993) imputent la valeur du service logement aux propriétaires en tenant compte soit

⁵Ceci est possible à l'aide de l'analyse factorielle autorisée par la méthode de l'ACP.

de la valeur marchande de la location, lorsque celle-ci est disponible, soit du rendement du marché du capital pour un investissement équivalent, lorsque la valeur marchande pour un logement équivalent est inconnue.

Pour les services de l'éducation et de la santé, la valeur globale imputée est supposée être égale aux dépenses de l'Etat en ces derniers. La distribution à travers les ménages des services de l'éducation est obtenue après avoir estimé le coût par tête des services de l'enseignement primaire, secondaire, et universitaire. Les dépenses de l'éducation sont donc réparties en fonction du nombre des scolarisés dans chaque niveau scolaire du ménage.

Enfin, pour la distribution des dépenses de santé, Smeeding et al. (1993) ont suivi l'approche du "*risque-connexte de la meilleure qualité d'assurance*". En d'autres termes, ils considèrent les dépenses de santé comme une indemnité d'assurance reçue par tous les individus, indépendamment de leur utilisation réelle des soins de santé. Ces indemnités diffèrent selon l'âge et le genre. Les indemnités imputées aux ménages sont donc estimées en fonction des dépenses de santé selon l'âge et le genre pour chaque groupe de la population.

Cette méthode a été utilisée pour comparer l'incidence de pauvreté entre certains pays de L'OCDE. Un seuil de pauvreté correspondant à 50% de la médiane de la distribution des revenus (avant imputation des services non marchands) dans chacun des pays sélectionnés à été choisi. Deux résultats importants se dégagent de cette étude. Le premier est que l'incidence de pauvreté diminue dans tous les pays en passant de la distribution des revenus courants à la distribution des revenus tenant compte du service rendue par le logement pour les propriétaires et de certains services non marchands.⁶ Le second est que le classement ordinal de certains pays change en utilisant l'une ou l'autre distribution. A titre d'exemple, la GB qui se trouve au milieu du classement avec la distribution des revenus courants devient le pays qui a l'incidence de pauvreté la plus faible lorsque certains services non-marchands sont imputés.

Quoiqu'elle constitue une tentative intéressante d'inclure certains aspects non-marchands du bien-être, l'approche suivie par ces auteurs présentent plusieurs limites notamment :

La valeur attribuée par les ménages principalement pauvres aux services non-marchands peut être inférieur au coût de production de ces services. Cette méthode sur-estime donc le gain de bien-être qui résulte de ces services.

Cette méthode n'exclut pas les possibilités de compensation entre les différentes dimensions de bien-être. A titre d'exemple, supposons qu'il existe deux ménages semblables en tous sauf en une dimension. L'un a un membre qui n'a pas terminé ses études universitaires alors que l'autre a un membre du même âge qui vient de terminer ses études (et qui est à la recherche d'un emploi). Supposons que les deux ménages ont un revenu par tête très proche du seuil de pauvreté avant l'évaluation de la valeur des services non-marchands. Avant d'imputer la valeur des services non-marchands les deux ménages sont donc considérés pauvres alors que l'imputation du coût des études universitaires fait que le pre-

⁶Ce résultat découle surtout du fait que le même seuil de pauvreté est utilisé pour comparer les deux distributions.

mier ménage n'est plus pauvre alors que le deuxième reste pauvre. Il n'est pas sûr, toutefois, que le niveau du bien-être du premier est supérieur. Un seuil de pauvreté spécifique aux besoins des ménages aurait permis d'atténuer cet inconvénient.

L'approche suivie par Pradhan et Ravallion (2000) résout le problème de sur-estimation des gains qui résultent des services publics considérés. Elle constitue une extension multidimensionnelle de l'évaluation subjective du bien-être du bien-être en général et du seuil de pauvreté en particulier.⁷ Cette évaluation est basée sur la question suivante adressée aux ménages : A partir de quel niveau de revenu considérez-vous qu'il devient possible de subvenir aux besoins fondamentaux ? La même question peut être posée pour chacun des attributs dans une perspective d'analyse multidimensionnelle.

La déduction du seuil de pauvreté subjectif, relatif à chaque attribut, peut être facilitée à l'aide du modèle suivant :

$$\ln z_{ij} = \delta_j + \mu_j \ln x_{ij}, \quad (2)$$

où z_{ij} est le seuil subjectif relatif à l'attribut j et révélé par l'individu i et x_{ij} est son niveau de dépense en cet attribut. Dans la mesure où l'élasticité du seuil de pauvreté subjectif par rapport au dépense pour chaque attribut est inférieure à 1, le minimum requis pour l'attribut j socialement acceptable est donné par :⁸

$$z_j^* = \exp\left(\frac{\delta_j}{1 - \mu_j}\right). \quad (3)$$

Le seuil de pauvreté subjectif global est défini comme étant le niveau de dépense minimum nécessaire pour qu'un individu puisse atteindre le minimum requis au niveau de chaque attribut. Un individu est donc considéré pauvre dès que son revenu tombe au-dessous du seuil de pauvreté subjectif donné par :

$$z^* = \sum_{j=1}^{j=k} z_j^*. \quad (4)$$

Pradhan et Ravallion (2000) ont appliqué cette approche sur des micro-données du Népal et de la Jamaïque. L'objectif de départ était de considérer la consommation alimentaire, l'habillement, le logement, le transport, la scolarisation des enfants et les soins de santé. Néanmoins, lors de l'application empirique, les trois derniers attributs ont été ignorés. Le principal résultat de cette analyse est que les mesures de pauvreté subjectives (tels que l'incidence de pauvreté et le déficit de pauvreté normalisé) sont plus importantes que les mesures basés sur les estimations officielles du seuil de pauvreté.

⁷A propos de l'évaluation subjective du bien-être, voir, par exemple, Kapteyn (1994) et Kapteyn et al. (1988).

⁸Il faut ici noter que Pradhan et Ravallion (2000) n'ont pas utilisé ce modèle pour estimer le seuil de pauvreté subjectif. En effet, ils n'avaient pas pour chaque individu une évaluation subjective de $z_{i,j}$. Ils avaient plutôt un score allant de 1 à 4 pour décrire si le ménage n'est pas du tout satisfait de sa situation ($score_{i,j} = 1$) ou plutôt très satisfait ($score_{i,j} = 4$). Pour déterminer le seuil de pauvreté subjectif, ils ont donc opté pour la méthode du probit ordonné.

L'approche de Pradhan et Ravallion (2000) a fait certes, un pas en avant vers la multidimensionnalité, surtout s'il sera possible de résoudre les difficultés liées à l'inclusion des attributs ignorés dans leur étude. Cependant, elle demeure très restrictive et revient, en dernière analyse, à ramener l'aspect multidimensionnel de la pauvreté à une simple dimension, avec une généralisation plus appropriée des concepts du revenu et du seuil de pauvreté.

Klasen (2000) a développé une approche alternative afin d'éviter la difficulté d'inclure certains attributs dans l'analyse de la pauvreté. Celle-ci consiste à attribuer un score allant de 1 à 5 à chaque attribut.⁹ Lorsque le score d'un attribut j pour l'individu i , est égal à 1, i.e. $x_{i,j} = 1$, cela veut dire que cet individu se trouve dans une position de privation extrême au regard de cet attribut. Par contre, si $x_{i,j} = 5$, alors l'individu en question a une provision très confortable en cet attribut.

Dans le but d'agrèger pour chaque individu les différents scores, Klasen (2000) procéda de la manière suivante :

$$\bar{x}_i = \sum_{j=1}^{j=k} w_j x_{i,j}. \quad (5)$$

Pour déterminer poids attribué à chaque attribut, w_j , deux méthodes sont adoptées. La première consiste à calculer la des scores en attribuant le même poids aux différents attributs ($w_j = \frac{1}{k}$). La seconde fait appel à la méthode de l'analyse en composante principale (ACP) pour déduire les différentes pondérations.¹⁰ Ensuite, deux seuils de pauvreté globaux sont calculés de façon à ce qu'ils correspondent respectivement à la moyenne de l'individu qui se situe au 20ème (pour la pauvreté extrême) et au 40ème centile de la distribution des \bar{x}_i classés par ordre croissant. Par ailleurs, deux seuils de pauvreté monétaires sont calculés de la même manière.

L'incidence et le déficit de pauvreté sont calculés pour différents sous-groupes de la population. La décomposition est faite en fonction de la taille des ménages, le lieu de résidence, le niveau d'éducation etc. La comparaison de l'étendue de la pauvreté unidimensionnelle (ou monétaire) et multidimensionnelle au sein des différents sous-groupes montre, par exemple, que les ménage qui résident dans les zones urbaines souffrent moins de la pauvreté multidimensionnelles mais plus de la pauvreté monétaire.

Comme la méthode de Pradhan et Ravallion (2000), celle de Klasen (2000) n'évite pas la compensation entre les attributs. Ainsi, si le score du premier

⁹L'idée d'attribuer un score aux différents attributs pour éviter de baser l'analyse de la pauvreté uniquement sur un indicateur monétaire n'est pas tout à fait nouvelle. A titre d'exemple, Townsend (1979) a attribué un score égal à 0 lorsque le ménage est satisfait de sa dotation en un attribut donné et 1 dans le cas contraire. En sélectionnant 12 attributs, il a considéré qu'un score total égal à 6 renseigne sur une privation extrême de l'individu. Nolan et Whelan (1996) ont utilisé l'analyse factorielle pour regrouper les attributs fortement corrélés en un seul "facteur". Chaque facteur renseigne donc sur une dimension particulière de la pauvreté.

¹⁰L'application de cette procédure à des micro-données sud-africaines montre que les résultats obtenus à partir de ces deux méthodes sont très proches.

attribut et 5 pendant que le second est 1, cet individu ne sera pas considéré pauvre si le seuil de pauvreté global est inférieur à 3 malgré qu'il se trouve dans une situation de privation extrême selon le premier attribut. En plus, la méthode d'attribuer les scores risque bien d'être arbitraire.

Partant de l'approche par les facultés de Sen (1992) qui stipule d'identifier les ménages qui sont incapables de développer les facultés nécessaires à une vie décente, Haverman et Bershadker (2001), ont proposé un nouveau concept de pauvreté basé sur l'habilité des ménages à utiliser leurs propres ressources (physiques et intellectuelles) pour échapper à la pauvreté. La mesure de pauvreté qui en résulte doit identifier les ménages qui éprouvent les privations les plus aiguës, i.e. les ménages identifiés au bas de la distribution des "capacités à produire le revenu minimum nécessaire". Ils appellent cette mesure "*self-reliant poverty*" ou "*dépendance chronique vis-à-vis de la pauvreté*". Les individus qui sont *dépendants de façon chronique de la pauvreté* ne sont pas capables d'être économiquement indépendants. Ils ne peuvent pas générer un niveau de revenu supérieur à ce qui est considéré comme un minimum requis selon les normes de la société considérée.

La motivation de cette nouvelle mesure de pauvreté est, selon Haverman et Bershadker (2001), très évidente. En effet, être incapable de générer de façon indépendante un revenu minimum nécessaire pour couvrir les besoins de base révèle une situation beaucoup plus grave que la situation des individus qui se trouvent à court d'argent pendant une mauvaise conjoncture ou car ils sont à la recherche d'un emploi meilleur, des individus qui sont de façon transitoire mal logés, ou même des individus ayant temporairement un niveau de consommation au-dessous du minimum requis. Par ailleurs, l'identification des ménages qui sont pauvres mais qui peuvent par leur propres efforts échapper à la pauvreté est d'une importance cruciale. Les transferts ciblés à ces ménages doivent être limités dans le temps pour qu'ils ne deviennent pas dépendants des aides sociales.

Pour mesurer la "*dépendance chronique vis-à-vis de la pauvreté*", Haverman et Bershadker (2001) commencent par estimer la capacité de chaque adulte vivant en ménage à générer un revenu annuel. Ce revenu estimé correspond à ce qu'un adulte devrait gagner s'il avait travaillé pendant une année à plein temps et avec un taux de salaire qui correspond à ses capacités physiques et intellectuelles.¹¹ Il en résulte donc une estimation de la capacité d'un ménage à générer un revenu. Si ce revenu est inférieur au seuil de pauvreté officiel, alors le ménage est considéré comme étant incapable d'être économiquement indépendant, même si tous ses membres adultes travaillent à plein temps.

L'application de cette méthode sur des données américaines montre que la "*dépendance chronique vis-à-vis de la pauvreté*" évolue à un rythme plus rapide que l'incidence de pauvreté. Elle montre également que les familles monoparentales avec enfants et les familles avec un faible capital humain sont les plus touchées par cette pauvreté.

¹¹Pour estimer ce revenu, les auteurs régressent le logarithme du revenu observé sur des variables qui influencent le taux de salaire (le niveau d'éducation, l'âge, l'état de santé), l'incitation au travail (le revenu hors travail, le nombre d'enfant à charge), et les conditions sur le marché du travail (le taux de chômage).

Il est clair que cette approche ne rend compte que partiellement de l'approche par les facultés de Sen (1992). En effet, cette approche ne rend pas compte de la privation des familles ayant un accès limité à certains services publics. Par ailleurs, les résultats empiriques de Haverman et Bershader (2001) sont un peu surprenants. En effet, ils montrent qu'à peu près la moitié des ménages *dépendants de façon chronique de la pauvreté* ne sont pas pauvres au regard de leurs revenus observés. Ces ménages seraient-ils momentanément non pauvres ou des erreurs d'estimation les ont classé parmi les ménages *dépendants de façon chronique de la pauvreté* ?

3 Une approche axiomatique pour élaborer des mesures multidimensionnelles de pauvreté

Mesurer la pauvreté soulève toujours des problèmes d'ordre éthique. A titre d'exemple, pouvons-nous considérer une personne bien dotée en certains attributs pauvre car elle est incapable d'atteindre le minimum requis pour l'un des autres besoins fondamentaux ? La réponse est loin d'être évidente. Il semble raisonnable de juger un individu pauvre si son espérance de vie tombe en dessous d'un certain seuil même si son niveau de revenu est relativement élevé. Le même raisonnement s'applique pour un individu ayant une longue espérance de vie mais son niveau de revenu est inférieur au minimum requis. Certaines approches développées plus haut adoptent implicitement un point de vue opposé. En effet, dans la mesure où il est possible d'assigner à chaque attribut j un prix virtuel p_j , un individu n'est pas considéré pauvre si $\sum p_j x_{i,j} \geq \sum p_j z_j$. Les attributs seraient donc parfaitement substituables !

Il est clair que la diversité d'opinions provient du fait que la pauvreté n'est pas un concept objectif. Il s'agit plutôt d'un concept complexe dont l'analyse normative peut être facilitée par l'adoption d'une démarche axiomatique. Celle-ci met en exergue les propriétés (axiomes) désirables qu'un indice de pauvreté doit respecter. Ces axiomes, bien qu'ils nous permettent de caractériser les mesures de pauvreté, peuvent nous éloigner de tout accord sur les résultats de l'analyse (section 3.1). Certaines études, très récentes, ont cherché à établir les conditions nécessaires pour que des comparaisons ordinales de distribution de bien-être soient robustes, i.e. valables pour un large choix de seuils et de mesures de pauvreté (section 3.2).

3.1 Présentation des principaux axiomes et des mesures qui en résultent

La forme la plus générale d'une classe de mesures multidimensionnelles de pauvreté peut être donnée par l'équation suivante :

$$P(X, z) = F(\pi(x_i, z)) \tag{6}$$

où $\pi(\cdot)$ est la fonction de pauvreté individuelle. Elle indique la façon avec laquelle les multiples aspects de la pauvreté doivent être agrégés au niveau individuel. La fonction $F(\cdot)$ renseigne plutôt sur la façon avec laquelle il faut agréger la pauvreté individuelle afin d'aboutir à une mesure globale de pauvreté. A titre d'exemple, si la fonction $F(\cdot)$ est additive, nous aurons :

$$P(X, z) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \pi(x_i, z), \quad (7)$$

et si la fonction $\pi(\cdot)$ est une fonction indicatrice qui :

$$\begin{aligned} \pi(x_i, z) &= 0 \text{ si } x_{i,j} \geq z_j \forall j = 1, 2, \dots, k \\ &= 1 \text{ sinon,} \end{aligned} \quad (8)$$

alors nous obtenons une extension multidimensionnelle de l'incidence de pauvreté.¹²

D'une façon générale, les propriétés de $F(\cdot)$ et $\pi(\cdot)$ seront fonction des axiomes qu'il serait indiqué que la mesure de pauvreté ne viole pas. Certains axiomes relatifs aux mesures multidimensionnelles de pauvreté développés dans la littérature sont nouveaux mais plusieurs sont simplement une généralisation de ceux inhérents à la construction d'une mesure unidimensionnelle de pauvreté.

Etant donné la difficulté d'avoir des données précises sur les besoins fondamentaux, il est raisonnable d'exiger qu'une mesure de pauvreté soit continue par rapport aux besoins de base.¹³ Cela évite que des faibles erreurs de mesure engendrent des changements brutaux de la pauvreté. L'axiome qui suit répond à ce besoin :

Axiome 1 *La continuité : La mesure de pauvreté ne doit pas être très sensible à une variation marginale de la quantité d'un attribut.*

L'identité des individus, ou autre indicateur non pertinent pour l'analyse de la pauvreté, ne doit avoir aucune influence sur les résultats d'analyse. Ce principe est résumé par la propriété suivante :

Axiome 2 *La symétrie ou l'anonymat : Toute caractéristique autre que les attributs utilisés pour définir la pauvreté n'affecte pas la mesure de pauvreté.*

Généralement, les comparaisons ordinales de pauvreté sont faites entre populations de taille différente d'où la nécessité de cet axiome :¹⁴

¹²Contrairement à l'indice *IPH*, cette mesure ne compte qu'une seule fois un individu pauvre selon divers attribut.

¹³Voir, par exemple, Donaldson et Weymark (1986).

¹⁴Cet axiome a été introduit pour l'analyse de la pauvreté par Chakravarty (1983) et Thon (1983). L'une de ses conséquences est que la mesure de pauvreté décroît à mesure que la taille de la population non-pauvre croît. Dès lors, l'axiome de concentration impose à la mesure de pauvreté d'être indépendante de la distribution des attributs des non-pauvres et le principe de population impose une relation décroissante entre la taille de cette population et la mesure de pauvreté.

Axiome 3 *Le Principe de la Population* : Si une matrice d'attribut est répliquée plusieurs fois, alors la pauvreté globale demeure inchangée.

Pareillement, les différents pays pouvant faire l'objet d'une comparaison ordinaire de pauvreté peuvent utiliser des unités de mesures différentes. Il est donc indiqué qu'un indice de pauvreté soit indépendant des unités de mesure. L'axiome suivant est adapté à ce besoin :¹⁵

Axiome 4 *L'invariance aux variations d'échelle* : La mesure de pauvreté est homogène de degré 0 par rapport à X et z .

A partir de cet axiome, il est clair que la fonction de pauvreté individuelle sera de la forme suivante :

$$\pi(x_i, z) = \pi\left(\frac{x_{i,1}}{z_1}, \dots, \frac{x_{i,j}}{z_j}, \dots, \frac{x_{i,k}}{z_k}\right). \quad (9)$$

Axiome 5 *La concentration 2* : La mesure de pauvreté reste inchangée si un attribut j augmente pour un individu i caractérisé par $x_{i,j} \geq z_j$.

A partir de cet axiome, nous devons donc avoir :

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_{i,j}} = 0 \text{ si } x_{i,j} \geq z_j. \quad (10)$$

Les courbes d'iso-pauvreté d'un pauvre deviennent donc parallèles à l'axe de l'attribut j lorsque $x_{i,j} \geq z_j$.¹⁶ L'axiome suivant montre que l'incidence multidimensionnelle de pauvreté (comme l'indice *IPH* par exemple) n'est pas, à certains égards, tout à fait satisfaisant :

Axiome 6 *La monotonicité 2* : La mesure de pauvreté diminue, ou ne doit pas augmenter, suite à une amélioration dans l'un des attributs d'un pauvre.¹⁷

La conséquence de cet axiome est que les courbes d'iso-pauvreté ne sont pas croissantes, i.e.

$$\frac{\partial \pi(x_i, z)}{\partial x_{i,j}} \leq 0 \text{ si } x_{i,j} < z_j. \quad (11)$$

¹⁵Blackorby et Donaldson (1980) distinguent cet axiome d'un autre, à savoir l'invariance par translation. Celle-ci suggère que :

$$P(X + T, z + t) = P(X, z).$$

Nous n'avons pas retenu ce dernier axiome puisqu'il n'a été considéré que par Tsui (2002) dans une perspective multidimensionnelle.

¹⁶Une courbe d'iso-pauvreté indique les différents vecteurs x_i qui donnent le même niveau de pauvreté individuel, i.e. $\pi(x_i, z) = \bar{\pi}$.

¹⁷A titre d'exemple, l'incidence multidimensionnelle de pauvreté et l'indice *IPH* peuvent violer cet axiome. En effet, si le problème de la malnutrition des enfants touchés par ce problème s'aggrave, la valeur de l'incidence multidimensionnelle de pauvreté et de l'indice *IPH* ne change pas.

Comme dans les mesures unidimensionnelles, il est souhaitable qu'une mesure multidimensionnelle de pauvreté soit sensible au niveau du bien-être des différents segments de la population présentant des caractéristiques homogènes, tels que l'âge, le genre, le lieu de résidence, etc. L'axiome suivant précise cette propriété lorsque nous supposons que la population totale peut être décomposée en deux sous-groupes (disons a et b) :

Axiome 7 *La monotonie par sous-groupe 2* : soit $X \begin{smallmatrix} X^a \\ X^b \end{smallmatrix}$ et $Y \begin{smallmatrix} Y^a \\ Y^b \end{smallmatrix}$ avec X^a et Y^a (X^b et Y^b) sont des matrices $n^a \times k$ ($n^b \times k$). Si $P(X^a, z) > P(Y^a, z)$ pendant que $P(X^b, z) = P(Y^b, z)$, alors :

$$P(X, z) > P(Y, z)$$

Une mesure multidimensionnelle de pauvreté respecte l'axiome précédent si elle peut être formulée comme suit :

$$P(X, z) = F \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \pi(x_i, z) \right). \quad (12)$$

Dans le cas où $F(\cdot)$ est additive, alors la mesure de pauvreté $P(X, z)$ respecte également l'axiome de la décomposabilité :

Axiome 8 *La décomposabilité par sous-groupe 2* : La pauvreté globale est une moyenne pondérée des niveaux de pauvreté au sein de chaque sous-groupe :

$$P(X, z) = \sum_{s=1}^S \frac{n_s}{n} P(X^s, z).$$

Les mesures de pauvreté qui respectent la *décomposabilité* permettent d'évaluer la contribution de chaque segment de la population à la pauvreté globale. Cela facilite la conception des programmes de lutte contre la pauvreté plus ciblés en faveur des plus vulnérables.¹⁸

Dans la littérature traitant la pauvreté multidimensionnelle, on distingue les mesures basées sur l'union des divers dimensions de la pauvreté des mesures basées sur l'intersection des multiples aspects de la privation.¹⁹ Chakravarty et al. (1998) optent pour les mesures basées sur l'union. Ils proposent, en plus de la décomposabilité par sous-groupe de la population, la décomposabilité par attribut :

Axiome 9 *La décomposabilité par facteur* : La pauvreté globale est une moyenne pondérée des niveaux de pauvreté par attribut.²⁰

¹⁸Plus de détails sur l'utilité d'un tel axiome se trouvent dans Bourguignon et Chakravarty (1998), Chakravarty et al. (1998), et Tsui (2002).

¹⁹Plus de détails à ce propos se trouvent dans Atkinson (2002) et Duclos et al. (2002).

²⁰Bourguignon et Chakravarty (1998) démontrent que sous certaines conditions, on aboutit nécessairement à la décomposabilité par facteur.

Selon Chakravarty et al. (1998) et Bourguignon et Chakravarty (1998), cette double décomposition facilite la conception des programmes non dispendieux et efficaces de lutte contre la pauvreté. Elle est donc surtout utile lorsque les contraintes financières empêchent un pays d'éliminer la pauvreté de tout un segment de la population ou selon un attribut spécifique. Si la double décomposition est retenue, alors les mesures de pauvreté multidimensionnelles prendrons la forme suivante :

$$P(X, z) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \pi_j(x_{i,j}, z_j) \quad (13)$$

et la condition suivante sera automatiquement observée :

$$\frac{\partial^2 \pi(x_i, z)}{\partial x_{i,j} \partial x_{i,j}} = 0 \quad (14)$$

Dans le cas où $\pi(x_i, z_j)$ prend l'une des deux formes suivantes :

$$\pi(x_i, z) = \sum_{j=1}^k a_j \left(\frac{z_j - x_{i,j}}{z_j} \right)^\alpha, \quad (a)$$

ou,

$$\pi(x_i, z) = \sum_{j=1}^k a_j \ln \left(\frac{z_j}{\min(x_{i,j}, z_j)} \right) \quad (b)$$

nous obtenons une extension multidimensionnelle des mesures de pauvreté FGT, dans le premier cas, et de Watts (1968), dans le second cas, qui respectent tous les axiomes précédents. Par contre, l'extension multiplicative suivante de la classe FGT :

$$\pi(x_i, z) = \prod_{j=1}^j \left(\frac{z_j - x_{i,j}}{z_j} \right)^{\alpha_j}, \quad (c)$$

où α_j est un paramètre qui reflète l'aversion à la pauvreté selon l'attribut j , ne respecte pas la décomposabilité par facteur. Par ailleurs, la pauvreté est dans ce cas mesurée à travers l'intersection des divers dimensions de la privation humaine. En effet, si un individu admet le minimum requis pour un seul attribut mais moins que le minimum requis pour tous les autres attributs, il ne fera pas partie de la population pauvre.

La décomposabilité par facteur engendre nécessairement des mesures de pauvreté basées sur l'union des différentes dimensions de la pauvreté. La réciproque n'est pas toujours vraie. A titre d'exemple, l'indice de Tsui (2002), quoiqu'il n'est pas conforme à la décomposabilité par facteur, est basée sur l'union des

divers dimensions de la pauvreté :²¹

$$\pi(x_i, z) = \prod_{j=1}^j \left(\frac{z_j}{\min(x_{i,j}, z_j)} \right)^{\beta_j} - 1. \quad (d)$$

Sen (1976) avait suggéré que les mesures de pauvreté soient sensibles à l'inégalité au sein de la population pauvre. En d'autres termes, un transfert à la Dalton d'un moins pauvre à un plus pauvre doit réduire l'indice de pauvreté.²² Ce principe a été appliqué par Kolm (1977) pour analyser le problème d'inégalité dans un contexte multidimensionnel. Pour une mesure multidimensionnelle de pauvreté, Tsui (2002) a introduit l'axiome suivant :

Axiome 10 *Le transfert 2 : La pauvreté n'augmente pas avec la matrice Y si cette dernière est obtenu à partir de la matrice X simplement en redistribuant les attributs des pauvres selon une matrice de transformation (et non de permutation) bistochastique.*²³

Intuitivement, la distribution décrite par la matrice X est plus égalitaire que celle décrite par Y lorsque des solutions extrêmes sont remplacées par des solutions moyennes. A titre d'exemple, soit deux attributs tels que $z_1 = 10$ et $z_2 = 12$. Supposons que la distribution initiale est caractérisée par $x_1(2, 10)$ et $x_2(8, 2)$. Si Y est obtenu à partir de X à l'aide d'une matrice bistochastique B dont tous les éléments sont égaux à 0.25, alors les deux individus auront respectivement $y_1(5, 6)$ et $y_2(5, 6)$. Il est clair que la distribution Y est plus égalitaire que X . Ceci explique pourquoi elle doit contenir moins de pauvreté. Cette propriété implique donc que les courbes d'iso-pauvreté sont convexes, ou encore :

$$\frac{\partial^2 \pi(x_i, z)}{\partial x_{i,j} \partial x_{i,j}} \geq 0, \forall x_{i,j} < z_j. \quad (15)$$

Nous pouvons vérifier que l'axiome de transfert 2 est respecté pour la mesure de Watts (1968), les mesures FGT avec $\alpha > 1$, et les mesures de Tsui (2002) pour $\beta_j > 0$.

Il existe une forme de transfert inéquitable et qui n'est pas couverte par les développements qui précèdent. Supposons que $k = 2$, $z_1 = 8$ et $z_2 = 6$ (z_1 minimum requis d'éducation et z_2 minimum requis de revenu). Soit $x_1(2, 1)$, $x_2(3, 5)$ et $x_3(7, 2)$. Supposons qu'à la suite d'un transfert nous aurons $y_1(2, 1)$, $y_2(3, 2)$ et $y_3(7, 5)$. La corrélation entre les attributs augmente suite à ce transfert, i.e.

²¹Il s'agit d'une extension multidimensionnelle de la mesure de Chakravarty (1983). Outre la décomposabilité par facteur, cette mesure respecte tous les axiomes développés jusqu'à maintenant.

²²Dalton (1920) avait remarqué qu'un transfert d'un non pauvre à un pauvre améliore le bien-être social à condition que ce transfert soit suffisamment faible pour qu'il n'y ait pas un reclassement de ces deux individus.

²³Les éléments d'une matrice de transformation bistochastique sont compris entre 0 et 1. La somme des éléments de chaque ligne (colonne) de cette matrice est égale à 1

une personne qui a plus d'un attribut a également plus des autres attributs. Intuitivement, la pauvreté doit augmenter ou, au moins, elle ne doit pas diminuer après ce type de transfert.²⁴ L'axiome suivant, proposé par Tsui (2002), impose aux mesures de pauvreté de ne pas décroître suite à ce type de transfert :

Axiome 11 *La non décroissance de la pauvreté suite à un accroissement de la corrélation entre les attributs : Supposons que Y est obtenu à partir de X à partir d'une série de transferts au sein de la population pauvre. Supposons que ces transferts augmentent la corrélation entre les attributs mais ne font sortir aucun individu de la pauvreté. Alors :*

$$P(X, z) \geq P(Y, z)$$

Bourguignon et Chakravarty (1998) ont remarqué que cet axiome est valable pour les attributs substituables. La substituabilité doit être comprise ici dans le sens de la proximité de la nature des attributs. Dès lors, si nous admettons dans l'exemple précédent que l'éducation et le revenu sont deux attributs de même nature, la pauvreté de l'individu 3 ne diminue pas de façon importante lorsque son revenu augmente car il a un bon niveau d'éducation. Elle aurait diminué de façon plus importante s'il était moins éduqué. En tous cas, la diminution attendue ne doit pas compenser l'accroissement de la pauvreté de l'individu 2 dont le revenu a baissé au moment où son niveau d'éducation est faible. Analytiquement, lorsque les attributs sont substituables, nous avons :

$$\frac{\partial^2 \pi(x_i, z)}{\partial x_{ij} \partial x_{ik}} \geq 0, \forall x_{i,j} < z_j. \quad (16)$$

Force est de constater que la pauvreté mesurée par des indices doublement décomposables restera inchangée suite à un transfert qui augmente la corrélation entre les attributs. Dès lors, ce dernier axiome sera toujours (faiblement) respecté avec ce type de mesures. La mesure de pauvreté de Tsui (2002) augmentera nécessairement si $\beta_j \beta_k > 0$.

Lorsque deux attributs sont, toutefois, considérés complémentaires, la baisse de la pauvreté de l'individu 3 doit être plus importante au point de compenser au moins l'accroissement de la pauvreté de l'individu 2. L'axiome suivant, introduit par Bourguignon et Chakravarty (1998), généralise l'axiome précédent :

Proposition 12 *Axiome 13* *La non décroissance (non croissance) de la pauvreté suite à un accroissement de la corrélation entre les attributs tient lorsque les attributs sont substituables (complémentaires).*

Analytiquement, lorsque les attributs sont complémentaires, nous avons :

$$\frac{\partial^2 \pi(x_i, z)}{\partial x_{ij} \partial x_{ik}} \leq 0, \forall x_{i,j} < z_j. \quad (17)$$

²⁴ Atkinson et Bourguignon (1982) ont suggéré qu'une mesure de bien-être social ne doit pas augmenter suite à ce type de transfert.

Bourguignon et Chakravarty (2002) proposent une extension de la classe de mesures FGT qui, en plus de respecter tous les axiomes développés plus haut, autorise aussi bien la substituabilité que la complémentarité des attributs :²⁵

$$P_{\alpha,\gamma}(X, z) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{z_1 - x_{i,1}}{z_1} \right)^\gamma + b^{\frac{\gamma}{\alpha}} \left(\frac{z_2 - x_{i,2}}{z_2} \right)^\gamma \right]^{\frac{\alpha}{\gamma}} \quad (18)$$

avec $\alpha \geq 1$, $\gamma \geq 1$, et $b > 0$. Le fait que $\alpha \geq 1$ assure le respect du principe de transfert pour les individus pauvres selon un seul attribut. Etant donné $\alpha \geq 1$, $\gamma \geq 1$ garantit le respect de ce principe pour les individus pauvres selon les deux attributs simultanément. Par ailleurs, à mesure que la valeur de γ croît, la courbe d'iso-pauvreté devient plus convexe. L'élasticité de substitution entre les deux déficits de pauvreté est $\frac{1}{\gamma-1}$. La valeur (positive) de b révèle l'importance relative accordée au deuxième attribut par rapport au premier. Pour $\alpha \geq \gamma \geq 1$, les deux attributs sont substituables et la mesure $P_{\sigma,\gamma}(X, z)$ respecte *l'axiome de la non décroissance de la pauvreté suite à un accroissement de la corrélation entre les attributs*. Par contre, pour $\gamma \geq \alpha$, les deux attributs deviennent complémentaires et la mesure $P_{\alpha,\gamma}(X, z)$ satisfait la condition de la non croissance de la pauvreté suite à un accroissement de la corrélation entre les attributs. Pour $\gamma = 1$, les courbes d'iso-pauvreté sont linéaires pour les individus pauvres selon les deux attribut. Enfin, à mesure que la valeur de γ devient de plus en plus grande, la mesure $P_{\alpha,\infty}(X, z)$ s'écrit comme suit :

$$P_{\alpha,\infty}(X, z) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[1 - \min \left(1, \frac{x_{i,1}}{z_1}, \frac{x_{i,2}}{z_2} \right) \right]^\alpha, \quad (19)$$

dans ce cas, les deux attributs sont complémentaires et nous obtenons des courbes d'iso-pauvreté à la Leontief.

3.2 Analyse de robustesse

Dans la mesure où les comparaisons ordinales de la pauvreté risquent d'être mitigées suite à un choix alternatif de z ou de $P(X, z)$, l'approche de dominance stochastique cherche à fournir les conditions nécessaires pour que ces comparaisons restent valables à l'intérieur d'un intervalle plausible de variation de z et pour une famille de mesures de pauvreté. Les principaux résultats de la théorie de dominance stochastique dans un cadre unidimensionnel sont :²⁶

La pauvreté diminue, ou n'augmente pas, pour tout choix possible de $z_j \in [0, z_j^*]$, en passant d'une distribution A à une distribution B de l'attribut j , si l'incidence de pauvreté sous la distribution A n'est jamais plus élevée que celle sous la distribution B . Si cette condition est observée, alors la condition de

²⁵Pour une raison didactique évidente, nous avons considéré le cas où $k = 2$.

²⁶Pour plus de détails concernant le recours à la théorie de dominance stochastique pour établir un classement ordinal des distributions de bien-être basées sur des mesures unidimensionnelles de pauvreté, voir Atkinson (1987), Foster et Shorroks (1988), Janti et Danziger (2000), et Jenkins et Lambert (1997).

dominance stochastique de première ordre est respectée. Dans le cas contraire, il est possible de vérifier une condition moins forte, tel que la condition de dominance de deuxième ordre. Celle-ci exige que la pauvreté, tel que mesurée par le déficit de pauvreté normalisé n'augmente pas, pour tout choix possible de $z_j \in [0, z_j^*]$, en passant d'une distribution A à une distribution B .

Pendant que la littérature traitant les problèmes de dominance dans un contexte unidimensionnel (basé sur une approche axiomatique) est bien développée, les recherches dans une perspective multidimensionnelle commencent à peine à voir le jour et reste encore une voie de recherche importante à explorer.

Bourguignon et Chakravarty (2002) ont cherché à établir les conditions de la robustesse d'un classement ordinal obtenu, étant donné X et z , sous l'hypothèse que la limite supérieure des seuils de pauvreté pour chaque attribut reste fixe. Ils ont également supposé que la mesure de pauvreté respecte *l'axiome de la concentration 2*, de la *symétrie*, de la *population*, et de la *décomposabilité 2*.

Pour $k = 2$, la distribution des attributs $x_i(x_{i,1}, x_{i,2})$ est remplacée par la fonction de distribution cumulée $H(x_1, x_2)$ définie sur $[0, a_1] \times [0, a_2]$. L'objectif est de comparer deux distributions, H et H^* . Étant donné *l'axiome de décomposabilité 2*, la pauvreté associée à la distribution H peut s'écrire comme suit :

$$P(H, z) = \int_0^{a_1} \int_0^{a_2} \pi_z(x_1, x_2) dH, \quad (20)$$

où $\pi_z(x_1, x_2)$ est le niveau de pauvreté associé à un individu ayant (x_1, x_2) comme attributs. La différence de pauvreté entre H et H^* est définie par :

$$\Delta P(z) = \int_0^{a_1} \int_0^{a_2} \pi_z(x_1, x_2) d\Delta H, \quad (21)$$

où $\Delta H = H(x_1, x_2) - H^*(x_1, x_2)$. La distribution H domine (faiblement) H^* lorsque $\Delta P(z)$ est négative (non positive) pour toute $\pi_z(x_1, x_2)$ appartenant à une classe de mesures donnée, $P(\cdot)$.

Bourguignon et Chakravarty (2002) considèrent des familles de mesures multidimensionnelles de pauvreté qui respectent *l'axiome de monotonie 2*. Ils distinguent les classes de mesures avec deux attributs substituables, complémentaires, ou indépendants. Ils démontrent que la substituabilité des attributs est associée à l'intersection des multiples dimensions de la pauvreté pendant la complémentarité est liée à l'union de ces derniers. Plus précisément,

- Lorsque les deux attributs sont substituables, i.e. $\frac{\partial^2 \pi_z(x_1, x_2)}{\partial x_1 \partial x_2} > 0$, la dominance stochastique exige la dominance de premier ordre dans chaque dimension de la pauvreté :

$$\Delta P(x_j) = \int_0^{x_j} d\Delta H_{u_j}(u_j) \leq 0, \forall x_j \leq z_j \quad (22)$$

et la dominance de premier ordre à travers l'intersection des deux dimen-

sions de la pauvreté :

$$\Delta P(x) = \int_0^{x_1} \int_0^{z_{x_2}} d\Delta H(u_1, u_2), \forall x_j \leq z. \quad (23)$$

- Lorsque les deux attributs sont complémentaires, i.e. $\frac{\partial^2 \pi_z(x_1, x_2)}{\partial x_1 \partial x_2} < 0$, la dominance stochastique exige aussi la condition de robustesse d'ordre 1 dans chaque dimension de la pauvreté, équation (22). Elle exige, en outre, la dominance de premier ordre à travers l'union des deux dimensions de la pauvreté :

$$\Delta P(x) = \sum_{j=1}^{j=2} \int_0^{x_j} \Delta H_{u_j}(u_j) du_j - \int_0^{x_1} \int_0^{z_{x_2}} d\Delta H(u_1, u_2) \leq 0, \forall x_j \leq z_j. \quad (24)$$

- Lorsque les deux attributs sont indépendants, i.e. $\frac{\partial^2 \pi_z(x_1, x_2)}{\partial x_1 \partial x_2} = 0$, les mesures de pauvreté sélectionnées sont doublement décomposables. La dominance stochastique exige simplement la condition décrite par l'équation (22).

Dans la mesure où il est souhaitable que les mesures de pauvreté respectent en plus *l'axiome de transfert* 2, il n'est pas tout à fait clair que les résultats de la dominance stochastique de deuxième ordre puissent être utilisés de façon analogue. L'analyse de dominance stochastique de deuxième ordre exige, selon Bourguignon et Chakravarty (2002), d'imposer des restrictions sur le signe des dérivées secondes et troisièmes de la fonction de pauvreté. L'interprétation de ces restrictions n'est pas très claire dans le contexte de la pauvreté multidimensionnelle. Néanmoins, si les mesures choisies sont additives par attribut et par sous-groupe de la population, les auteurs démontrent que la robustesse d'ordre 2 nécessite simplement que :

$$\Delta P(x_j) = \int_0^{x_j} \Delta H_{u_j}(u_j) du_j \leq 0, \forall x_j \leq z_j,$$

autrement dit, il faut que la dominance de deuxième ordre [au sens d'Atkinson (1987) ou Foster et Shorroks (1988)] soit observée au niveau de chaque attribut pour tout $x_j \leq z_j$.

Duclos et al. (2002) ont établi des conditions de robustesse qui n'exigent pas des conditions restrictives relatives à l'intervalle de variation des différents z_j . Ils ont défini un indicateur de bien-être individuel :

$$\lambda(x_1, x_2) : \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R} \left| \frac{\partial \lambda(x_1, x_2)}{\partial x_1} \geq 0, \frac{\partial \lambda(x_1, x_2)}{\partial x_2} \geq 0. \quad (25)$$

Duclos et al. (2002) supposent qu'une frontière inconnue sépare la population pauvre de celle non pauvre. Cette frontière est implicitement définie par $\lambda(x_1, x_2) = 0$. L'ensemble de la population pauvre est donc défini par :

$$\Lambda(\lambda) = \{(x_1, x_2) | \lambda(x_1, x_2) \leq 0\} \quad (26)$$

Une mesure de pauvreté bi-dimensionnelle respectant, entre autres, *l'axiome de la décomposabilité par sous groupe 2* peut donc être donnée par :

$$P(\lambda) = \int \int_{\Lambda(\lambda)} \pi(x_1, x_2, \lambda) dH(x_1, x_2). \quad (27)$$

où $\pi(x_1, x_2, \lambda)$ est la contribution d'un individu caractérisé par le couple (x_1, x_2) à la pauvreté globale. A partir de *l'axiome de concentration 2*, cette fonction est :

$$\begin{aligned} \pi(x_1, x_2, \lambda) &\geq 0 \text{ si } \lambda(x_1, x_2) \leq 0 \\ &= 0 \text{ sinon.} \end{aligned} \quad (28)$$

Selon la forme analytique choisie, la fonction $\pi(x_1, x_2, \lambda)$ mesurera la pauvreté à travers l'intersection des deux dimensions sélectionnées, l'union, ou, encore, à travers une autre forme intermédiaire.

Pour les besoins de l'analyse de robustesse, Duclos et al. (2002) considèrent l'extension multidimensionnelle suivante de la classe de mesures FGT :

$$P_{\alpha_1, \alpha_2}(z_1, z_2) = \int_0^{z_1} \int_0^{z_2} \left(\frac{z_1 - x_1}{z_1} \right)^{\alpha_1} \left(\frac{z_2 - x_2}{z_2} \right)^{\alpha_2} dH(x_1, x_2). \quad (29)$$

Cet indice joue un rôle important dans l'analyse de robustesse des comparaisons ordinales, même s'il mesure la pauvreté à travers l'intersection des deux dimensions considérées. Ces comparaisons seront basées sur l'ordre de dominance $r_1 = \alpha_1 + 1$ dans l'espace x_1 et $r_2 = \alpha_2 + 1$ dans l'espace x_2 . $P_{0,0}(X, z)$ est l'incidence bi-dimensionnelle de pauvreté, i.e. le pourcentage de la population pauvre selon les deux attributs simultanément. $P_{1,0}(X, z)$ agrège le déficit de pauvreté de x_1 des individus pauvres au regard du deuxième attribut. $P_{1,1}(X, z)$ agrège le produit des déficits de pauvreté, normalisé par la taille de la population.

Au lieu de sélectionner des seuils et des mesures de pauvreté arbitraires, Duclos et al. (2002) commencent par caractériser une classe de mesures de pauvreté, puis ils précisent les conditions nécessaires pour qu'une distribution A domine une autre B pour toutes les mesures de pauvreté faisant partie de l'ensemble défini. Pour ce faire, ils considèrent, en premier lieu, la classe de mesures suivante :

$$\Pi_{1,1}(\lambda^*) = \left\{ P(\lambda) \left| \begin{array}{l} \Lambda(\lambda) \subset \Lambda(\lambda^*) \\ \pi(x, \lambda) = 0 \text{ si } \lambda(x_1, x_2) = 0 \\ \pi^{x_j} \leq 0, \forall x_j \\ \pi^{x_j x_k} \geq 0, \forall x_j, x_k, \end{array} \right. \right\} \quad (30)$$

où π^{x_j} (π^{x_j, x_k}) correspond à la dérivée première (croisée) de la fonction $\pi(x, \lambda)$ par rapport à x_j (x_j, x_k). La première ligne de l'équation (30) définit la limite supérieure des deux seuils de pauvreté. La deuxième indique que les mesures de pauvreté de la classe $\Pi_{1,1}(\lambda^*)$ sont continues le long de la frontière séparant le

segment pauvre du segment non pauvre de la population.²⁷ La troisième ligne impose aux mesures de pauvreté de cette classe la satisfaction de *l'axiome de monotonie 2*. Enfin, la quatrième ligne révèle que les mesures de cette classe sont en harmonie avec l'axiome sous-jacent à la substituabilité des attributs.²⁸ Selon le choix de la forme fonctionnelle de $\pi(x, \lambda)$, cette classe peut renfermer des mesures de pauvreté selon l'intersection des deux dimensions de pauvreté, l'union, ou tout autre situation intermédiaire.

Duclos et al. (2002), démontrent que la pauvreté tel que mesurée par tout indice bi-dimensionnel de la classe $\Pi_{1,1}(\lambda^*)$ diminue, ou au moins elle n'augmente pas, en passant de la distribution A à la distribution B si la condition suivante est observée :

$$\Delta P_{0,0}(x_1, x_2) < 0, \forall (x_1, x_2) \in \Lambda(\lambda^*). \quad (31)$$

Autrement dit, la robustesse d'ordre (1,1) exige que le pourcentage de la population pauvre selon les deux attributs simultanément soit plus faible dans la distribution A et ce, pour tout couple possible $(z_1, z_2) \in [0, z_1^*] \times [0, z_2^*]$. Chaque fois que cette condition est respectée, tout indice de pauvreté de la classe $\Pi_{1,1}(\lambda^*)$ indiquera qu'il y a moins de pauvreté dans A que dans B , que cet indice mesure la pauvreté à travers l'intersection, l'union ou tout autre spécification intermédiaire.

Il est également possible de tester un ordre de dominance plus élevé selon l'un des deux dimensions, tels que l'ordre (2, 1) ou (1, 2), ou selon les deux simultanément, l'ordre (2, 2). Ces tests deviennent particulièrement pertinent dans le cas où la dominance d'ordre (1, 1) révèle des résultats ambigus, i.e. lorsque le signe de $\Delta P_{0,0}(x_1, x_2)$ est sensible aux choix des z_j .

Dès lors, dans la mesure où il est souhaitable que la pauvreté diminue suite à transfert égalisateur (Daltonien) de x_1 , et que cette diminution décroît à mesure que ce transfert profite à des individus bien dotés en x_2 , alors la classe de mesures suivante devient appropriée :

$$\Pi_{2,1}(\lambda^*) = \left\{ P(\lambda) \left| \begin{array}{l} P(\lambda) \in \Pi_{1,1}(\lambda^*), \\ \pi^{x_1, x_1} \geq 0, \forall x_1, \\ \pi^{x_1 x_1 x_2} \leq 0, \forall x_1, x_2. \end{array} \right. \right\} \quad (32)$$

Une condition nécessaire et suffisante pour que la pauvreté, tel que mesurée par n'importe quel indice de la classe $\Pi_{2,1}(\lambda^*)$, baisse en passant de la distribution A à la distribution B , est que le déficit de pauvreté enregistré au niveau de x_1 pour les individus pauvres selon x_2 soit moins important dans A que dans B et ce, pour tout les choix possible de $z_j \in [0, z_j^*]$. Analytiquement, la condition de dominance stochastique d'ordre (2, 1) doit être vérifiée :

$$\Delta P_{1,0}(x_1, x_2) < 0, \forall (x_1, x_2) \in \Lambda(\lambda^*). \quad (33)$$

²⁷Cela exclut naturellement l'incidence bi-dimensionnelle de la pauvreté.

²⁸Contrairement à Bourguignon et Chakravarty (2002), Duclos et al. rejettent l'axiome sous-jacent à la complémentarité des attributs.

Dans le cas où le respect de *l'axiome de transfert 2* est indiqué, il faut plutôt définir la classe de mesures $\Pi_{2,2}(\lambda^*)$. Celle-ci impose principalement, en plus des conditions de la classe $\Pi_{2,1}(\lambda^*)$, que $\pi^{x_2, x_2} \geq 0$. La condition nécessaire et suffisante pour que toutes les mesures de pauvreté de la classe $\Pi_{2,2}(\lambda^*)$ révèle un allègement de la pauvreté en passant de la distribution A à la distribution B est que :

$$\Delta P_{1,1}(x_1, x_2) < 0, \forall (x_1, x_2) \in \Lambda(\lambda^*). \quad (34)$$

Autrement dit, la condition de dominance stochastique d'ordre (2,2) doit être satisfaite. D'une manière générale, chaque fois qu'une classe de mesures $\Pi_{r_1, r_2}(\lambda^*)$ est caractérisée, une condition nécessaire est suffisante pour observer la condition de dominance (r_1, r_2) est que la pauvreté, tel que mesuré par la mesure $P_{\alpha_1, \alpha_2}(x_1, x_2)$, diminue indépendamment des choix possibles de z_j .

4 Conclusion

Il existe un large accord que la pauvreté est un phénomène multidimensionnel, faisant intervenir plusieurs handicaps monétaires et non-monétaires. L'impossibilité pratique d'avoir des observations empiriques sur tous ces handicaps a souvent amené les chercheurs à réduire la pauvreté à un phénomène unidimensionnel. Néanmoins, depuis le début des années 90, les données sur des attributs autres que le revenu, sont de plus en plus disponibles. L'approche multidimensionnelle devient donc plus que jamais nécessaire afin de mieux appréhender les performances d'un pays donné en matière de lutte contre la pauvreté dans ses divers aspects.

Une fois l'handicap de la disponibilité des données surmonté, les chercheurs ont été confrontés à un nouveau défi : comment les informations relatives aux divers aspects de la pauvreté peuvent-elles être agrégées pour produire une mesure globale de la pauvreté ? Cette mesure doit-elle rendre compte de la situation des individus pauvres selon tous les attributs simultanément ou bien faut-il qu'elle tienne compte également de la privation de ceux qui n'arrivent pas à atteindre le minimum requis pour un attribut seulement ?

Dans le but de synthétiser l'apport des différentes approches ayant pour objectif de mesurer la pauvreté dans ses multiples dimensions, nous avons distingué les mesures de pauvreté selon qu'elles soient basées sur une démarche axiomatique ou non, l'objectif étant de mieux appréhender les fondements théoriques de chaque approche ainsi que ses limites.

Ce travail ne cherche pas à porter un jugement de valeur sur les diverses approches présentées. Dans la mesure où elles n'adoptent pas les mêmes fondements théoriques, il va de soi que ces diverses méthodologies peuvent ne pas aboutir aux mêmes résultats en terme de classement ordinal de pauvreté. En outre, chaque approche peut, dans un contexte particulier, être la plus pertinente à suivre. La compréhension des fondements théoriques, et des limites, de chacune d'elle ne peut que faciliter le choix de l'approche à adopter selon le contexte et les contraintes de l'étude à mener.

Références

- [1] Adams R. H. et John Page, (2001), Holding the Line : Poverty Reduction in the Middle East and North Africa, 1970-2000. Poverty Reduction Group, The World Bank, Washington D.C.
- [2] Alkire, S. (2002), Dimensions of Human Development. *World Development*, vol. 30 (2), pp. 181-205.
- [3] Arnand, S. et A. K. Sen (1997), Concepts of Human Development and Poverty : A Multidimensional Perspective. *Human Development Papers*, United Nations Development Programme (UNDP), New York.
- [4] Atkinson, A. B. (1987), On the Measurement of Poverty. *Econometrica*, vol. 55 (4), pp. 749-764.
- [5] Atkinson, A. B. (2002), Multidimensional Deprivation : Contrasting Social Welfare and Counting Approaches. *Mimeo*, Nuffield College, Oxford.
- [6] Atkinson, A. B. et F. Bouguignon, (1982), The comparasion of Multidimensional Distributions of Economic Status. *Review of Economic Studies*, vol. 49, 183-201.
- [7] Blackorby, C. et D. Donaldson (1980), Ethical Indices for the Measurement of Poverty. *Econometrica*, vol. 48, pp. 1053-1060.
- [8] Bourguignon, F. et S.R. Chakravarty, (1998), The Measurement of Multidimensional Poverty. *Cahier de Recherche du DELTA # 98-12* (A paraître dans *Journal of Economic Inequality*).
- [9] Bourguignon, F. et S.R. Chakravarty, (2002), Multidimensional Poverty Orderings. *DELTA*, Paris.
- [10] Chakravarty, S.R. (1990), *Ethical Social Index Numbers*. New-York, Springer-Verlag.
- [11] Chakravarty, S.R. (1983), A New Index of Poverty. *Mathematical Social Science*, vol. 6, pp. 307-313.
- [12] Chakravarty, S.R., D. Mukherjee, et R. Ranade (1998), On the Family of Subgroup and Factor Decomposable Measures of Multidimensional Poverty. *Research on Economic Inequality*. vol. 8, pp. 175-194.
- [13] Collicelli, C. et M. Valerii, (2000), A New Methodology for Comparative Analysis of Poverty in the Mediterranean : A Model for Differential Analysis of Poverty at a Regional Level. *Economic Research Forum Working Paper 2023*.
- [14] Collicelli, C. et M. Valerii, (2001), Poverty in Transformation : Definition Indicators, and Key Players at the National and Mediterranean Level. *Euro-Mediterranean Forum of Economic Institutes*, Marseille, France.
- [15] Dalton, H. (1920), The Measurement of the Inequality of Income. *The Economic Journal*, vol. 30, pp. 348-361.
- [16] Deaton, A. (1997). *The Analysis of Household Surveys : A Microeconomic Analysis for Development Policy*. Poverty and Human Resources Division, The World Bank, Washington, D.C. pp. 133-181.

- [17] Donaldson, D. et J. A. Weymark, (1986), Properties of Fixed-Population Poverty Indices. *International Economic Review*, vol. 27, pp. 667-688.
- [18] Duclos, J.-Y., D. Sahn, et S. D. Younger (2002), Robust Multidimensional Poverty Comparisons.
- [19] Durbin, E. (1999), Towards a Gendered Human Poverty Measure. *Feminist Economics*, vol. 5 (2), pp. 105-108.
- [20] Foster, J. (1984), On Economic Poverty : A Survey of Aggregate Measures. Dans *Advances in Econometrics*, vol. 3, édité par R.L. Basmann et G.F. Rhodes, Connecticut : JAI Press.
- [21] Foster, J. E., J. Greer et E. Thorbecke. (1984), A Class of Decomposable Poverty Measures. *Econometrica*, vol. 52 (3), pp. 761-765.
- [22] Foster, J. E. et A. Shorrocks, (1988), Poverty Orderings. *Econometrica*, vol. 56, pp. 173-177.

Références

- [1] Foster, J. E. et A. Shorrocks, (1991), Subgroup Consistent Poverty Indices. *Econometrica*, vol. 59, pp. 687-709.
- [2] Haverman, R. et A. Bershadker (2001), The Inability to be Self-Reliant as an Indicator of Poverty : Trends for the U.S., 1975-97. *Review of Income and Wealth*, vol. 47 (3), pp. 335-360.
- [3] Jantti, M. et S. Danziger. (2000), Income Poverty in Advanced Countries. Dans *Handbook of Income Distribution*, édité par A. B. Atkinson et F. Bourguignon, North Holland, vol. 1, pp. 309-378.
- [4] Jenkins, S. P. et P. J. Lambert. (1997), Three 'i' s of Poverty Curves, with an analysis of UK Poverty Trends. *Oxford Economic Papers*, vol. 49, pp. 317-327.
- [5] Kakwani, N. (1980), On a Class of Poverty Measures. *Econometrica*, vol. 48, pp. 437-46.
- [6] Kapteyn, A. (1994), The Measurement of household cost Function : Revealed Preference versus Subjective Measures. *Journal of Population Economics*, vol. 7, pp. 333-350.
- [7] Kapteyn, A., P. Kooreman, et R. Willems (1988), Some Methodological Issues in the Implementation of Subjective Poverty Definitions. *The Journal of Human Resources*, vol. 23, pp. 222-242.
- [8] Klasen, S. (2000), Measuring Poverty And Deprivation In South Africa. *Review of Income and Wealth*, vol. 46(1), pp. 33-58.
- [9] Kolm, S. C. (1979), Multidimensional Egalitarianism. *Quarterly Journal of Economics*, vol. 91, pp. 1-13.
- [10] Maasoumi E. et G. Nickelsburg (1988), Multivariate Measures of Well-Being and an Analysis of Inequality in the Michigan Data. *Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 6, pp. 326-334.

- [11] Morris, M.D. (1979), *Measuring the Condition of the World's Poor : The Physical Quality of Life Index*. New York : Pergamon.
- [12] Nolan, B. et C.T. Whelan (1996), *Resources, Deprivation and Poverty*. Oxford : Clarendon Press.
- [13] Pradhan, M. et M. Ravallion, (2000), Measuring Poverty Using Qualitative Perceptions of Consumption Adequacy. *Review of Economics and Statistics*, vol. 82 (3), pp. 462-471.
- [14] PNUD (1997), *Human Development Report*, Chap. 1, pp. 15-21 et 117-121.
- [15] Ram, R. (1982), Composite Indices of Physical Quality of Life, Basic Needs Fulfilment, and Income. A principal Component Representation. *Journal of Development Economics*, vol. 11 (2), pp. 227-248.
- [16] Ravallion, M. , (1996),, Issues in Measuring and Modelling Poverty. *Economic Journal*, vol. 106, pp. 1328-1343.
- [17] Rawls, J. (1971). *A Theory of Justice*. Cambridge, Massachusetts, Havard University Press.
- [18] Seidl, C. (1998), Poverty Measurement : A survey. Dans *Welfare and Efficiency in Public Economics*, édité par D. Bös, M. Rose, et C. Seidl, Heidelberg, Springer-Verlag.
- [19] Sen, A. K. (1976), Poverty : An Ordinal Approach to Measurement. *Econometrica*, vol. 44 (2), pp. 219-231.
- [20] Sen, A. (1981), *Poverty and Famines : An essay on Entitlement and Deprivation*. Oxford : Clarendon Press.
- [21] Sen, A.K. (1985), *Commodities and Capabilities*. North-Holland, Amsterdam.
- [22] Sen, A. K. (1987), *The Standard of Living*. Cambridge : Cambridge University Press.
- [23] Sen, A. K. (1992), *Inequality Reexamined*. Cambridge, MA : Havard University Press.
- [24] Smeeding, T., P. Saunders, J. Coder, S. Jenkins, J. Fritzell, A. Hagenaars, R. Hauser et M. Wolfson, (1993) Poverty, inequality and family living standards impacts across seven nations : The effect of non-cash subsidies for health, education and housing. *Review of Income and Wealth*, vol. 39 (3), pp. 229-256.
- [25] Takayama, N. (1979), Poverty, Income, Inequality, and their Measures : Professor Sen's Axiomatic Approach reconsidered. *Econometrica*, vol. (47), pp. 747-759.
- [26] Thon, D. (1979), On Measuring Poverty. *Review of Income and Wealth*, vol. 25, pp. 429-440.
- [27] Thon, D. (1983), A poverty Measure" *Indian Economic Journal*, vol. 30, pp. 55-70.

- [28] Townsend, P. (1979), *Poverty in the United Kingdom : A Survey of Household Ressources and Standard of Living*. University of California Press, Berkley.
- [29] Tsui, K. (2002), Multidimensional Poverty Indices. *Social Choice and Welfare*, vol. 19, pp. 69-93.
- [30] Watts, H. (1968), An Economic Definition of Poverty. Dans *On Understanding Poverty*. Edité par D. P. Moynihan, New York : Basic Books.
- [31] Zheng, B. (1997), Aggregate Poverty Measures, *Journal of Economic Surveys*, vol. 11 (2), pp. 123-162.