Dynamique de la pauvreté : Revue des approches de décomposition et application avec des données du Burkina Faso

Par

Tambi Samuel KABORE
UFR-SEG-Université de Ouagadougou
Adresse : 01 BP 6693 Ouaga 01
Email : samuel.kabore@univ-ouaga.bf

Résumé : Ces dernières années ont été marquées par des efforts importants d'analyse et de lutte contre la pauvreté, notamment en Afrique. La décomposition de la dynamique de la pauvreté figure parmi les préoccupations d'analyse. Elle vise à évaluer la contribution de certains facteurs importants à l'évolution du phénomène de la pauvreté. Plusieurs approches de décomposition sont proposées dans la littérature. Le présent travail s'appuie sur la valeur de Shapley comme fondement théorique aux différentes décompositions et passe en revue les principales méthodes existantes. Ces méthodes sont illustrées à l'aide de données du Burkina Faso. Le travail a été mené grâce à l'appui technique du CREFA à l'Université Laval et sert de cadre pour les sessions de formation avancée en pauvreté conjointement réalisées le SISERA et la WBI.

Mots clés : Dynamique de la pauvreté, Décomposition à la Shapley, Burkina Faso

Table des matières

I Introduction **3**
II Revue de la littérature **4**
2.1 Le problème général de décomposition 4
2.2 Un cadre théorique fondé sur la valeur de Shapley 5
2.2.1 Définition de la valeur de Shapley 5
2.2.1 Application de la valeur de Shapley à la décomposition de la pauvreté 7
III Approches de décomposition de la variation temporelle de la pauvreté **9**
3.1 La décomposition à la Shapley 9
3.1.1 La contribution de la croissance et de la redistribution 10
3.1.2 La décomposition sectorielle de la variation de la pauvreté 12
3.2 La méthode axiomatique de Kakwani 13
3.3 L'approche standard de Datt et Ravallion 16
3.4 L'approche modifiée de Datt et Ravallion 16
3.5 L'approche Shapley-Owen-Shorrocks (SOS) 17
IV Revue de résultats empiriques **19**
V Applications des méthodes aux données du Burkina Faso **21**
4.1 Quelques exercices 21
4.2 Résultats partiels des exercices 25
Références Bibliographiques **32**
Annexe : Rappel des principes de base de l'analyse combinatoire. **34**

I Introduction

La pauvreté est un phénomène d'une grande ampleur en Afrique. Par exemple, l'incidence de la pauvreté serait passé de 30% en 1985 à 46% en 1988 en Côte d'Ivoire (Grootaert, 1996), 44,5% en 1994 à 45,3% en 1998 au Burkina Faso (INSD, 1996, 2000), 48% en 1994 à 52,9% en 1997 au Kenya (Geda et al., 2001), ce qui montre l'étendue du phénomène mais aussi certaines tendances aggravantes.

Ces dernières années ont été marquées par un effort important en terme d'études et de recherche pour comprendre le phénomène. De même, sous l'égide de la Banque Mondiale, divers pays africains ont élaboré des *Documents Stratégiques de Réduction de la Pauvreté (DSRP)*, le plus souvent connus dans la littérature anglosaxonne sous l'appellation *Poverty Reduction Strategy Paper (PRSP)*. Parmi les moyens de lutte contre la pauvreté, la croissance économique et la redistribution des revenus par des mécanismes divers occupent une place centrale. L'évolution temporelle de la pauvreté, en particulier la décomposition de celle-ci en effets croissance et en effet redistribution ou en effets sectoriels retient dès lors l'attention des chercheurs, des bailleurs de fond et des décideurs politiques.

Le présent document traite de cette décomposition de la pauvreté et a pour objectifs : (1) présenter les méthodes existantes de décomposition de l'évolution temporelle de la pauvreté, (2) passer en revue les résultats de décomposition rencontrés dans la littérature, (3) appliquer les principales méthodes à l'aide de données du Burkina Faso.

Ce travail s'inscrit dans le cadre des activités de formation conjointement menées par le SISERA, la WBI et le CREFA pour familiariser les chercheurs et les décideurs africains aux outils d'analyse de la pauvreté.

Le document est structuré comme suit. La section II fait une revue de la littérature en mettant l'accent sur la formalisation de la valeur de Shapley comme fondement de la décomposition. La section III présente les méthodes de décomposition de la variation temporelle de la pauvreté. La section IV fait le point des résultats de décomposition rencontrés dans la littérature. La section V applique les méthodes discutées en section III à l'aide de données du Burkina Faso.

II Revue de la littérature

2.1 Le problème général de décomposition

La pauvreté et l'inégalité sont le plus souvent mesurées au moyen d'indices quantitatifs. Lorsque, par exemple des politiques sont menées pour réduire la pauvreté, il devient important de mesurer l'évolution des indices et surtout de décomposer la variation constatée afin d'évaluer la contribution des facteurs explicatifs potentiels.

Le problème général de décomposition est posé de la manière suivante par Shorrocks (1999). Soit I un indicateur agrégé représentant une mesure de pauvreté ou d'inégalité et soient X_k, $k=1, 2, \ldots, m$ un ensemble de facteurs qui contribuent à la valeur de I. On peut écrire :

$$I = f(X_1, X_2, \ldots\ldots., X_m) \qquad (1)$$

Où f(.) est une fonction d'agrégation appropriée. L'objectif de toutes les techniques de décomposition est d'assigner des contributions C_k à chacun des facteurs X_k, idéalement de manière à permettre à la valeur de I d'être la somme des *m* contributions.

Chacune des techniques de décomposition qu'elle soit statique ou dynamique a, en fonction de la nature de I et des objectifs de décomposition, apporté une solution particulière à ce problème général de décomposition. Quelques exemples de décomposition les plus utilisés peuvent cités à titre d'illustration. Dans la décomposition statique des indices FGT(P_α) proposée par Foster et al. (1984), I est assimilé à P_α et les facteurs X_k sont des sous-groupes de population. Dans la décomposition dynamique de la pauvreté proposée par Datt et Ravallion (1992), I est assimilé à une variation de P_α entre deux dates et les variables X_k sont les variations de la croissance et de la redistribution. D'autres exemples de décomposition sont donnés par Kakwani (1993, 1997) pour la pauvreté, Fields et Yoo (2000), Shorrocks (1982), Chantreuil et Trannoy (1999) et pour l'inégalité.

Shorrocks (1999) souligne que les techniques de décomposition font face à quatre principaux problèmes qui sont :

1. La contribution assignée à chaque facteur spécifique n'a pas toujours un sens intuitivement clair
2. Les procédures de décomposition se limitent à certains indices de pauvreté ou d'inégalité. Lorsque appliquées à d'autres indices, les techniques de décomposition introduisent quelque fois certains termes vagues comme « résidu » ou « interaction » pour assurer l'identité de la décomposition.
3. Les types de facteurs contributifs à considérer sont le plus souvent limités. Par exemple, pour subdiviser la population en sous-groupes, on se base sur un seul critère. Lorsqu'on considère des critères multivariés de subdivision, les méthodes de décomposition identifient difficilement les contributions.
4. Il manque un cadre théorique commun à toutes les méthodes de décomposition. Chaque application individuelle est perçue comme un problème différent nécessitant une solution différente.

Pour apporter un cadre théorique unifié, Shorrocks (1999) s'appuie sur la valeur de Shapley (Cf. section 2.2) et montre que cette approche permet de dériver la plupart des résultats de décomposition. Nous présenterons ce cadre unifié et l'appliquerons pour quelques techniques de décomposition temporelle de la pauvreté.

2.2 Un cadre théorique fondé sur la valeur de Shapley

2.2.1 Définition de la valeur de Shapley

La valeur de Shapley est un concept de solution couramment employé dans la théorie des jeux coopératifs (Owen, 1977; Moulin, 1988; Shorrocks, 1999). On considère un ensemble N constitué de n joueurs qui doivent se partager un surplus ou un coût. Pour réaliser ce partage, les joueurs peuvent se regrouper pour former des coalitions i.e. des sous-ensembles S de N. Les forces de chaque coalition s'exprime sous la forme d'une *fonction caractéristique v*. Pour une coalition quelconque S, *v*(S) mesure la part de surplus que S peut obtenir sans recourir à un accord avec les joueurs membres des autres coalitions. La question à résoudre est la suivante : comment doit-on partager le surplus entre les *n* joueurs ? Divers concepts de solutions sont proposés dont celui très utilisé introduit par Lloyd Shapley en 1953.

Pour chaque joueur *i*, Shapley (1953) propose une valeur qui repose sur sa contribution marginale et qui se définit comme la moyenne pondérée des contributions marginales ($v(S\cup\{i\})-v(S)$) du joueur *i* dans toutes les coalitions $S\subset N-\{i\}$. Pour cerner le sens de cette valeur, on considère que les *n* joueurs sont ordonnés aléatoirement selon un ordre $\sigma = \{\sigma_1, \sigma_2, ..., \sigma_n\}$ et qu'ils sont successivement éliminés dans cet ordre. L'élimination de joueurs entraîne une baisse de la part qui revient au groupe non encore éliminé. Lorsque la coalition S est composée de *s* éléments, on ne pourra mesurer la valeur *v*(S) qui revient à la coalition S que lorsque les *s* premiers éléments de σ sont exactement les éléments de S. Le poids de la coalition S sera mesuré par la probabilité que les les *s* premiers éléments de σ soient tous éléments de S. Cette probabilité est obtenue en divisant le nombre d'ordres dont les *s* premiers éléments sont tous éléments de S par le nombre total d'ordres possibles. Le nombre d'ordres possibles correspond au nombre de permutations de *n* joueurs *n* à *n*, ce qui donne *n*! (Cf. Annexe). De même, lorsque les *s* premiers éléments permutés *s* à *s* donnent *s*! permutations. Les *n*-*s*-1 derniers éléments permutés *n*-*s*-1 à *n*-*s*-1 donnent (*n*-*s*-1)! permutations. Le nombre d'ordres dont les *s* premiers éléments sont tous éléments de S est alors donné par s!(n-s-1)! (Cf. principe fondamental de l'analyse combinatoire en Annexe).

La pondération se définit alors comme s!(n-s-1)!/n! où s est la taille de la coalition S. Cette pondération mesure également la probabilité pour les prédécesseurs du joueur i d'être les éléments de la coalition S. La valeur de Shapley pour le joueur i est donnée par :

$$\phi_i = \sum_{à \le s \le n-1} \frac{s!(n-s-1)!}{n!} \sum_{\substack{S\subset N-\{i\} \\ |S|=s}} \left(v(S\cup\{i\}) - v(S)\right) \qquad (2)$$

avec par convention 0!=1 et v(∅) = 0

Les détails sur la valeur de Shapley sont donnés dans Moulin (1988, Chapitre 5). Cette valeur de Shapley sert de cadre pour plusieurs types de décomposition. Par exemple, Chantreuil et Trannoy

(1999) l'utilisent pour la décomposition de l'inégalité par sources de revenu. Shorrocks (1999) généralise son usage pour la décomposition d'un indice quelconque I défini dans l'équation 1.

2.2.1 Application de la valeur de Shapley à la décomposition de la pauvreté

La démarche générale de Shorrocks (1999) consiste à estimer l'effet marginal sur I de l'élimination de chaque facteur contributif dans une séquence donnée d'élimination. En répétant l'opération pour toutes les séquences possibles d'élimination, on calcule pour chaque facteur la moyenne de ses effets marginaux. Cette moyenne mesure la contribution du facteur considéré, ce qui donne une exacte et additive décomposition de I en m contributions. Les paragraphes qui suivent formalisent cette approche. Par rapport à la notation de la section précédente, on a m facteurs au lieu de n joueurs mais la démarche est la même.

On considère l'indicateur I de pauvreté ou d'inégalité définit dans l'équation 1 et dont la valeur est complètement déterminée par un ensemble de m facteurs contributifs X_k avec $k \in K = \{1, 2, \ldots, m\}$. I peut être une mesure statique de pauvreté ou d'inégalité ou une variation dans le temps de la pauvreté ou d'inégalité. Dans ce papier, on s'intéressera à la variation temporelle de la pauvreté. Comme indiqué précédemment, la détermination des contributions se fait selon une procédure d'élimination séquentielle. Les m facteurs sont rangés dans un ordre quelconque d'élimination. Le fait d'éliminer certains éléments fait apparaître des sous-ensembles ou coalitions S. On appelle F(S) la valeur prise par I lorsque les facteurs X_k, $k \notin S$ sont éliminés. En d'autres termes, F(S) est la valeur prise par I lorsque seul le sous-ensemble S de facteurs est pris en considération (i.e. facteurs non éliminés).

La structure du modèle sera caractérisée par <K, F> i.e. un ensemble de K facteurs et une fonction $F : \{S |\ S \subseteq K\} \rightarrow \mathbb{R}$. Comme la valeur de I est entièrement déterminée par les K variables, alors I prendra la valeur zéro lorsque toutes les variables sont éliminées; ce qui revient à écrire que $F(\emptyset)=0$. La décomposition de <K, F> donne des valeurs réelles C_k , $k \in K$. C_k mesure la contribution de chaque facteur k et peut s'écrire :

$$C_k = C_k(K, F),\ k \in K \qquad (3)$$

Deux propriétés sont attendues de cette décomposition. La première est la symétrie qui doit nous assurer que la contribution de chaque facteur est indépendante de son ordre d'apparition sur la liste ou la séquence. La deuxième propriété attendue est l'exactitude et l'additivité, ce qui devrait s'écrire :

$$\sum_{k\in K} C_k(K,F) = F(K) \quad \text{pour tous les } \langle K,F\rangle \tag{4}$$

Lorsque la condition d'addivité (équation 4) est vérifiée, alors $C_k(K, F)$ peut être interprétée comme la contribution du facteur k à l'inégalité ou à la pauvreté mesurée par I. De même, la contribution de chaque facteur k devrait aussi pouvoir s'interpréter comme son impact marginal, ce qui devrait s'écrire :

$$M_k(K,F) = F(K) - F(K-\{k\}),\ k\in K \tag{5}$$

Si la condition ou règle exprimée dans l'équation 5 est vérifiée, alors la décomposition est symétrique mais pas nécessairement exacte. L'effet marginal peut aussi être estimé si les facteurs sont éliminés en séquence. Soient $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_m)$ l'ordre dans lequel les facteurs sont éliminés et $S(\sigma_r, \sigma) = \{\sigma_i | \ i>r\}$ l'ensemble des facteurs qui restent après que le facteur σ_r soit éliminé. Les effets marginaux sont donnés par :

$$C_k^\sigma = F\big(S(k,\sigma)\cup\{k\}\big) - F\big(S(k,\sigma)\big) = \Delta_k F\big(S(k,\sigma)\big)\ k\in K \tag{6}$$

où $\Delta_k F(S) = F(S\cup\{k\}) - F(S)$ avec $S \subseteq K-\{k\}$ est l'effet marginal d'un ajout du facteur k à l'ensemble S. Etant donné que $S(\sigma_r, \sigma) = S(\sigma_{r+1}, \sigma)\cup\{\sigma_{r+1}\}$ pour r = 1, 2, …, m-1, on peut déduire que :

$$\begin{aligned}\sum_{k\in K} C_k^\sigma = \sum_{r=1}^{m} C_{\sigma_r}^\sigma = \sum_{r=1}^{m}\big[F\big(S(\sigma_r,\sigma)\cup\{\sigma_r\}\big) - F\big(S(\sigma_r,\sigma)\big)\big] \\ = F\big(S(\sigma_{1r},\sigma)\cup\{\sigma_1\}\big) - F\big(S(\sigma_m,\sigma)\big) = F(K) - F(\varnothing) = F(K)\end{aligned} \tag{7}$$

Cette équation 6 donne exactement la valeur F(K) car F(∅) = 0. Dans cette formule, la contribution de chaque facteur reste dépendant de son rang dans la liste i.e. du chemin d'élimination. Cependant la valeur globale F(K) est la même quelle que soit la permutation des facteurs. Pour éviter le problème d'influence du rang et pour assurer une décomposition symétrique, la solution consiste à prendre toutes les séquences possibles d'élimination soit au total m! séquences $\sigma \in \Omega$ et de calculer la valeur attendue de C_k^σ lors que les séquences dans Ω sont choisies au hasard. On obtient la décomposition C^S suivante :

$$C_k^S(K,F) = \frac{1}{m!}\sum_{\sigma\in\Omega} C_k^\sigma = \frac{1}{m!}\sum_{\sigma\in\Omega}\Delta F(S(k,\sigma)) = \sum_{s=0}^{m-1}\sum_{\substack{S\subseteq K-\{k\}\\ |S|=s}} \frac{(m-1-s)!s!}{m!}\Delta F(S) \qquad (8)$$

Cette décomposition C^S exprimée dans l'équation 8 est exacte, additive mais aussi symétrique. Le dernier terme correspond à la valeur de Shapley définie dans l'équation 2. On se référera à cette relation comme la règle de décomposition à la Shapley (Shorrocks, 1999). La contribution de chaque facteur k peut être interprétée comme son impact marginal attendu lorsqu'on considère tous les chemins possibles d'élimination. Le terme en factoriel (***(m-1-s)!s!/m!***) également appelé π(s, m-1) par Shorrocks (1999) est une pondération définie dans la section 2.2.1. Il mesure la probabilité de sélectionner le sous-ensemble S de taille s dans un grand ensemble M à m-1 éléments en donnant la même chance à tous les sous-ensembles de taille 0 à m-1. Dans la suite du texte, nous utiliserons l'expression simplifiée $C_k^S(K,F) = \underset{S\subseteq K-\{k\}}{\varepsilon}\Delta_k F(S), \quad k\in K$, pour désigner la valeur de Shapley ou contribution du facteur k.

III Approches de décomposition de la variation temporelle de la pauvreté

3.1 La décomposition à la Shapley

La valeur de Shapley peut être appliquée à diverses catégories de décomposition de la pauvreté ou de l'inégalité. Nous nous concentrons sur la décomposition de l'évolution temporelle de la pauvreté en appliquant l'approche de Shapley à deux types de décomposition : (1) la décomposition de la variation de la pauvreté en effet « croissance » et en effet « redistribution », (2) la décomposition de la variation de la pauvreté en effets sectoriels ou par sous-groupes de popultation.

3.1.1 La contribution de la croissance et de la redistribution

Le changement de la pauvreté dans le temps est supposé expliqué par deux facteurs qui sont la croissance du revenu et le changement de la redistribution. Etant donné un seuil fixe de pauvreté, le niveau de pauvreté au temps t (t = 1, 2) peut être exprimé par une fonction $P(\mu_t, L_t)$ dépendant du revenu moyen μ_t et de la courbe de Lorenz L_t. Le facteur de croissance est $G= \mu_2/\mu_1 -1$ et le facteur de redistribution $R = L_2 - L_1$.

Le problème de décomposition consiste ici à identifier la contribution de la croissance G et celle de la redistribution R dans la variation ΔP de la pauvreté. En rapprochant ce problème particulier de décomposition au problème général de décomposition exprimé dans l'équation 1 (section 2.1), on remarquera que ΔP est assimilé à I tandis que les variables X_k sont G et R. On peut donc écrire :

$$\Delta P = P(\mu_2, L_2)- P(\mu_1, L_1) = P(\mu_1(1+G),\ L_1+R) - P(\mu_1, L_1) = F(G, R) \qquad (9)$$

Il s'agit de se baser sur la valeur de Shapley exprimée dans l'équation 8 (section 2.2) pour calculer la contribution de G et celle de R dans la variation ΔP de la pauvreté.

Les facteurs étant au nombre de deux i.e. m = 2, on a alors deux (m!=2!=2) séquences possibles d'élimination qui sont :

Séquence A : $\sigma_A= \{G, R\}$,

Séquence B : $\sigma_B = \{R, G\}$.

La contribution de la croissance peut être exprimée comme suit :

$$C_G^S = \frac{1}{2}\left[\underbrace{\Delta_G F(S(G,\sigma_A))}_{\text{sécance A}} + \underbrace{\Delta_G F(S(G,\sigma_B))}_{\text{Sécance B}}\right] \qquad (10)$$

Dans cette formule 10, la première composante relative à la séquence A est donnée par la valeur $F(S(G, \sigma_A) \cup \{G\})-F(S(G, \sigma_A)) = F(G,R)- F(R)$. En effet, $S(G, \sigma_A)$ signifie qu'on a éliminé tous les éléments jusqu'à G de la séquence A (il reste seulement R), puis si on ramène G grâce à l'union avec {G}, on obtient le couple (G,R).

La deuxième composante relative à la séquence B se développe similairement ; ce qui donne la valeur $F(S(G, \sigma_B) \cup \{G\})-F(S(G, \sigma_B)) = F(G)- F(\varnothing)$. Dans ce cas, $S(G, \sigma_B)$ signifie qu'on a aussi éliminé tous les éléments jusqu'à G de la séquence B (il ne reste plus d'éléments), puis si on ramène G grâce à l'union avec {G}, on obtient le seul élément (G).

Finalement $C_G^S = 1/2[F(G,R)-F(R) + F(G)-F(\varnothing)] = 1/2[F(G,R)-F(R) + F(G)]$. A partir de l'équation 9 on obtient une expression finale de la contribution de la croissance qui est comme suit :

$$\begin{aligned} C_G^S &= \frac{1}{2}\left[F(G,R) - F(R) + F(G)\right] \\ &= \frac{1}{2}\left[P(\mu_2,L_2) - P(\mu_1,L_1) - \left(P(\mu_1,L_2) - P(\mu_1,L_1)\right) + \left(P(\mu_2,L_1) - P(\mu_1,L_1)\right)\right] \\ &= \frac{1}{2}\left[\left(P(\mu_2,L_2) - P(\mu_1,L_2)\right) + \left(P(\mu_2,L_1) - P(\mu_1,L_1)\right)\right] \end{aligned} \tag{11}$$

Cette expression 11 montre que la contribution du facteur « croissance » selon la règle de Shapley est la moyenne de deux éléments : (1) la variation de la mesure de pauvreté si l'inégalité est fixe égale à celle de la période initiale et (2) la variation de la mesure de pauvreté si l'inégalité est fixe égale à celle de la période finale.

En considérant les mêmes séquences A et B définies ci-dessus, la contribution de l'inégalité se définit similairement. $C_R^S = 1/2[F(R)-F(\varnothing) + F(G,R)-F(G)] = 1/2[F(G,R)-F(G) + F(R)]$.

$$\begin{aligned} C_R^S &= \frac{1}{2}\left[F(G,R) - F(G) + F(R)\right] \\ &= \frac{1}{2}\left[P(\mu_2,L_2) - P(\mu_1,L_1) - \left(P(\mu_2,L_1) - P(\mu_1,L_1)\right) + \left(P(\mu_1,L_2) - P(\mu_1,L_1)\right)\right] \\ &= \frac{1}{2}\left[\left(P(\mu_2,L_2) - P(\mu_2,L_1)\right) + \left(P(\mu_1,L_2) - P(\mu_1,L_1)\right)\right] \end{aligned} \tag{12}$$

Cette expression 12 donne la contribution du facteur « inégalité » selon la règle de Shapley. Elle est égale à la moyenne de deux éléments : (1) la variation de la mesure de pauvreté si le revenu moyen est fixe égale à celui de la période initiale et (2) la variation de la mesure de pauvreté si le revenu moyen est fixe égale à celui de la période finale.

Finalement la variation de la pauvreté $\Delta P = C_G^S + C_R^S$ c'est-à-dire la somme des contributions de la croissance et de la redistribution.

3.1.2 La décomposition sectorielle de la variation de la pauvreté

La population dont la pauvreté est étudiée peut être subdivisée en plusieurs sous-groupes ou secteurs socio-économiques. Il est souvent intéressant d'évaluer la contribution de chaque sous-groupe à la variation de la pauvreté entre deux périodes. Nous présentons l'application de la valeur de Shapley à une telle décomposition fournie par Shorrocks (1999).

Soit K l'ensemble des sous-groupes et P_t la pauvreté de toute la population à la période t. Soient α_{kt} et P_{kt} la part de la population et la mesure FGT de pauvreté du groupe $k \in K$ à la période t (t=1,2). La propriété de décomposabilité des indices FGT permet d'écrire que $P_t = \sum_k \alpha_{kt} P_{kt}$. La variation de la pauvreté entre les deux périodes est $\Delta P = \sum_k (\alpha_{k2}P_{k2} - \alpha_{k1}P_{k1})$ et dépend des contributions des parts $(\Delta\alpha_k)$et de celles des mesures de pauvreté (ΔP_k)à l'intérieur des groupes.

Shorrocks (1999) montre que la décomposition à la Shapley de ΔP en contributions des variations de parts et de pauvreté est donnée par la relation :

$$\Delta P = \sum_{k \in K} \frac{\alpha_{k1} + \alpha_{k2}}{2} \Delta P_k + \sum_{k \in K} \frac{P_{k1} + P_{k2}}{2} \Delta \alpha_k \qquad (13)$$

La première somme est la contribution des variations de pauvreté de groupe et la deuxième somme est la contribution des variations de parts de population. Etant donné l'additivité, la contribution d'un secteur k donné est : $C_k = (\alpha_{k1} + \alpha_{k2})\, \Delta P_k/2 + (P_{k1} + P_{k2})\Delta\alpha_k/2$. On peut vérifier facilement que C_k provient de l'application de la valeur de Shapley à la décomposition de la variation d'un indice entre deux facteurs (voir équations 11 et 12).

Par ailleurs, dans la littérature d'autres décompositions sectorielles existent. La plus utilisée est présentée par Ravallion et Huppi (1991), Ravallion (1996). Elle exploite aussi la propriété additive de la classe des mesures FGT de pauvreté.

En considérant la première période comme base et en adoptant les mêmes définitions que précédemment, la variation de la pauvreté entre deux dates t=1,2 est décomposée comme suit :

ΔP	$=$	$\sum_k (P_{k2}-P_{k1})\alpha_{k1}$	Effets intra-sectoriels
	$+$	$\sum_k (\alpha_{k2}-\alpha_{k1}))P_{k1}$	Effets des déplacements de population
	$+$	$\sum_k (P_{k2}-P_{k1})(\alpha_{k2}-\alpha_{k1})$	Effets d'interaction

Les **effets intra-sectoriels** indiquent la contribution de la pauvreté de secteurs lorsqu'on bloque les proportions des populations à leurs niveaux de la période de base.

Les **effets de déplacement** de population indiquent dans quelle mesure la pauvreté initiale (période de base) a été réduite par les diverses modifications des parts de la population dans chaque secteur entre les deux dates (1 et 2).

Les **effets d'interaction** sont proviennent d'une éventuelle corrélation entre les gains sectoriels et les déplacements de population. Leurs signes indiquent si la population est à tendance à se déplacer vers les secteurs dans lesquels la pauvreté est en baisse.

La décomposition sectorielle programmée dans le logiciel DAD utilise cette procédure de décomposition et non pas la décomposition à la Shapley. Toutefois, DAD permet de calculer les paramètres nécessaires à l'application de l'approche de Shapley formulée dans l'équation 13.

3.2 La méthode axiomatique de Kakwani

L'approche standard de décomposition dynamique de la pauvreté proposée par Datt et Ravallion (1992) comporte, en plus des effets de croissance et d'inégalité, un résidu (Cf. section 3.3). Selon Kakwani (1997), ce résidu qui peut être grand est le plus souvent difficile à expliquer dans la mesure où seuls le revenu moyen et l'inégalité sont supposés expliquer le changement de la pauvreté. La méthode de décomposition de la pauvreté pour les indices FGT de Kakwani (1997) permet de mesurer les changements dans la pauvreté entre plusieurs périodes.

Cette méthode élimine le terme résiduel de la méthode de Datt et Ravallion (1992) et dérive des effets moyens de croissance et d'inégalité dont la somme donne le changement total de la pauvreté. Soit θ_{ij} le changement de la pauvreté entre la période i et la période j. Cette variation de la pauvreté est entièrement dûe à la variation de la croissance G_{ij} et à celle de l'inégalité I_{ij} entre les dates i et j. On peut écrire que :

$$\theta_{ij} = f(G_{ij}, I_{ij}) \tag{14}$$

On remarquera que le problème de décomposition posé ici est un cas particulier du problème général de décomposition posé dans l'équation 1 (section 2.1) par Shorrocks (1999). Il correspond également au problème de décomposition posé dans l'équation 9, seules les notations diffèrent.

Pour déterminer la forme de la fonction f(.), Kakwani (1997) énonce trois axiomes, ce qui fait que cette approche est souvent désignée sous le terme « approche axiomatique ». Ces axiomes sont les suivants :

Axiome 1 : Si $I_{ij}=0$, alors $\theta_{ij} = G_{ij}$ et si $G_{ij} = 0$ alors $\theta_{ij} = I_{ij}$.

Cette axiome signifie que si l'effet de croissance (respectivement « effet de l'inégalité ») est nul, alors le changement de la pauvreté doit être entièrement dû au changement de l'inégalité (respectivement « changement du revenu moyen »). Cet axiome conduit aussitôt à une autre implication formulée par Kakwani sous l'appellation « axiome 1A » qui indique lorsque lors que G_{ij} et I_{ij} sont simultanément nuls alors $\theta_{ij} = 0$.

Axiome 2 : Si $G_{ij} \leq 0$ et $I_{ij} \leq 0$ alors $\theta_{ij} \leq 0$ et si $G_{ij} \geq 0$ et $I_{ij} \geq 0$ alors $\theta_{ij} \geq 0$.

Cet axiome indique que si G_{ij} et I_{ij} sont simultanément de même signe, alors θ_{ij} a aussi le même signe. Cet axiome 2 sera satisfait si les dérivées premières de f(.) par rapport à G_{ij} et I_{ij} sont respectivement positives.

Axiome 3 : Si $G_{ij} = - G_{ji}$ et $I_{ij} = - I_{ji}$

Cet axiome indique que si on va de la période terminale à la période initiale, les effets sont de même amplitude mais de signe contraire. Cet axiome garantit une symétrie entre les années initiale et finale. La violation de cet axiome conduit à définir des périodes de références comme dans le cas de Datt et Ravallion (1992).

En se servant de ces trois axiomes, Kakwani (1997) montre que f(.) est linéaire et additive de la forme $\theta_{ij} = f(G_{ij}, I_{ij}) = G_{ij} + I_{ij}$. En considérant une nécessaire symétrie entre les périodes initiale et finale (Axiome 3), Kakwani (1997) propose d'estimer la contribution de la croissance comme une moyenne de deux effets qui sont : (1) l'effet de la croissance si on maintient la distribution (Lorenz) initiale, (2) l'effet de la croissance si on maintient la distribution (Lorenz) finale. L'effet moyen de l'inégalité est calculé similairement, ce qui donne les relations 15 et 16 suivantes.

$$\hat{G}_{ij} = \frac{1}{2}\left[\theta(z, \mu_j, L_i) - \theta(z, \mu_i, L_i) + \theta(z, \mu_j, L_j) - \theta(z, \mu_i, L_j)\right] \qquad (15)$$

$$\hat{I}_{ij} = \frac{1}{2}\left[\theta(z, \mu_i, L_j) - \theta(z, \mu_i, L_i) + \theta(z, \mu_j, L_j) - \theta(z, \mu_j, L_i)\right] \qquad (16)$$

La variation de la pauvreté entre i et j est la somme des effets moyens de croissance et d'inégalité ($\theta_{ij} = \hat{G}_{ij} + \hat{I}_{ij}$).

L'observation importante est que la décomposition de Kakwani (1997) aboutit exactement à celle issue de l'application de l'approche de Shapley (section 3.1). Les démarches sont différentes mais les résultats théoriques et empiriques sont les mêmes.

3.3 L'approche standard de Datt et Ravallion

Datt et Ravallion (1992) ont proposé une décomposition des variations de pauvreté permettant d'évaluer les contributions de la croissance et de l'inégalité. La variation de la pauvreté est ainsi décomposée en trois éléments qui sont : (1) l'effet de la croissance qui mesure le changement de la pauvreté qui serait obtenue si la courbe de Lorenz n'était pas modifiée, (2) l'effet de redistribution qui évalue le changement de la pauvreté imputable à une variation de la courbe de Lorenz lorsque le revenu moyen est constant, (3) un résidu qui mesure l'interaction entre les effets de croissance et de redistribution.

La variation de la pauvreté entre les périodes t et t+1, en considérant une période de référence r est décomposée comme suit :

$$P_{t+1} - P_t = \underbrace{G(t, t+1, r)}_{\text{Contribution de la croissance}} + \underbrace{D(t, t+1, r)}_{\text{Contribution de l'inégalité}} + \underbrace{R(t, t+1, r)}_{\text{Résidu}} \tag{17}$$

où

$$G(t, t+1, r) = P(\frac{z}{\mu_{t+1}}, L_r) - P(\frac{z}{\mu_t}, L_r) \tag{18}$$

$$D(t, t+1, r) = P(\frac{z}{\mu_r}, L_{t+1}) - P(\frac{z}{\mu_r}, L_t) \tag{19}$$

$$R(t, t+1, t) = G(t, t+1, t+1) - G(t, t+1, t) = D(t, t+1, t+1) - D(t, t+1, t) \tag{20}$$

Cet dernier « résidu » n'existe pas dans la décomposition à la Shapley (section 3.1) ni dans celle de Kakwani (1997).

3.4 L'approche modifiée de Datt et Ravallion

L'approche standard de Datt et Ravallion (1992) décompose la variation de la pauvreté en trois composantes qui sont : (1) effet croissance, (2) effet inégalité, (3) résidu. Shorrocks et Kolenikov

(2001) proposent une modification pour avoir un quatrième effet qui est celle de la variation de la ligne de pauvreté entre les périodes initiale et finale. L'approche standard supposait un seuil unique de pauvreté entre les périodes. L'application de l'approche standard implique l'usage d'un déflateur approprié pour déflater le seuil nominal de pauvreté de la période finale. L'hypothèse implicite qui est derrière le déflateur est que le panier de biens qui composent le seuil de pauvreté et par conséquent les habitudes des consommateurs n'ont pas varié, ce qui permet d'attribuer la variation nominale du seuil de pauvreté à l'inflation. L'approche modifiée permet de traiter de l'impact de la variation de la ligne de pauvreté sur la mesure de pauvreté.

Formellement, la mesure de la pauvreté à une période t (t =1, 2) est une fonction $P(\mu_t, L_t, z_t)$ dépendant du revenu moyen μ_t, de la courbe de Lorenz L_t et du seuil de pauvreté z_t . La variation ΔP de la pauvreté est mesurée par $\Delta P = P(\mu_2, L_2, Z_2) - P(\mu_1, L_1, Z_1) = G + D + S + R$. G est l'effet de la croissance, D l'effet de redistribution, S l'effet du seuil de pauvreté et R le résidu.

$$G(t1, t2, t1) = P(\mu_2, L_1, Z_1) - P(\mu_1, L_1, Z_1) \tag{21}$$

$$D(t1, t2, t1) = P(\mu_1, L_2, Z_1) - P(\mu_1, L_1, Z_1) \tag{22}$$

$$S(t1, t2, t1) = P(\mu_1, L_1, Z_2) - P(\mu_1, L_1, Z_1) \tag{23}$$

$$\begin{aligned} R(t1, t2, t1) &= G(t1,t2, t2) - G(t1, t2, t1) \\ &= D(t1,t2, t2) - D(t1, t2, t1) \\ &= S(t1,t2, t2) - S(t1, t2, t1) \end{aligned} \tag{24}$$

Bien entendu, cette décomposition n'est qu'une extension de l'approche standard de Datt et Ravallion (1992) en prenant la première période (t1) comme référence. Elle ne résulte pas d'une application de la valeur de Shapley à quatre facteurs.

3.5 L'approche Shapley-Owen-Shorrocks (SOS)

Dans le problème général de décomposition exposée à la section 2.1, les variables X_k sont supposées être des unités individualisées et non composites. La réalité peut être différente où X_k peut être une unité primaire comportant à son tour un certain nombre de variables secondaires. De même, on peut aussi vouloir regrouper un certain nombre de variables X_k en un grand groupe. Ces cas conduisent à un modèle hiérarchique où des variables ou facteurs secondaires sont rassemblées en une unité dite primaire.

L'application de la décomposition de Shapley indépendamment à l'ensemble des unités secondaires, puis ensuite à l'ensemble des unités primaires ne garantit pas que la contribution d'une unité primaire donnée soit égale à la somme de celles des unités secondaires qui la constituent. Pour assurer la cohérence de la décomposition, Shorrocks (1999) propose une décomposition à la Shapley en deux étapes en s'inspirant d'une approche développée par Owen (1977). La procédure ainsi obtenue fut dénommée « Shapley-Owen-Shorrocks » en abrégée SOS par Shorrocks et Kolenilov (2001). La première étape décompose la mesure I de pauvreté ou d'inégalité pour estimer les contributions des unités primaires et la seconde étape décompose à son tour la contribution de chaque unité primaire en autant de contributions qu'il y a de sous-unités secondaires.

La structure détaillée du modèle s'écrit <K,F> et comporte K facteurs secondaires. On suppose que les K facteurs secondaires sont regroupés en A groupes de facteurs primaires, ce qui donne le modèle hiérarchique <K,A,F> avec A= $\{L_j, j \in J\}$. On notera $C_k^*(K, A, F)$ la contribution de chaque facteur secondaire $k \in K$ et $C_L^*(K, A, F)$ la contribution de chaque facteur primaire $L \in A$.

L'agrégation est dite cohérente si la contribution de chaque facteur primaire est la somme des contributions de ses constituants, ce qui peut s'écrire :

$$C_L^*(K, A, F) = \sum_{k \in L} C_k^*(K, A, F) \quad \text{pour chaque } L \in A. \tag{25}$$

En remplaçant chaque facteur secondaire par le facteur primaire correspondant, on obtient un modèle agrégé <A, F^A>. Lorsqu'on applique la procédure de Shapley individuellement au modèle détaillé <K,F> et au modèle agrégé <A, F^A>, la cohérence n'est pas garantie, d'où l'approche SOS.

La méthode SOS est donc une procédure séquentielle en deux étapes lorsque les facteurs sont regroupés en deux (2) niveaux hiérarchiques (facteurs primaires et secondaires). Lorsqu'on a plusieurs niveaux hiérarchiques, la méthode SOS s'applique mais en plusieurs étapes.

Dans le cas de deux étapes, la première vise à déterminer les contributions des facteurs primaires. En se basant sur le modèle agrégé $<A, F^{A}>$, et en appliquant la valeur de Shapley donnée dans l'équation 8, la contribution de chaque facteur primaire L est donnée par :

$$C_L^S(A, F^A) = \sum_{T \subseteq A-\{L\}} \Delta_L F^A(T) = \sum_{T \subseteq A-\{L\}} \left[F^A(T \cup \{L\}) - F^A(T)\right] = \overline{F}_L(L) \quad L \in A \tag{26}$$

A la deuxième étape, la contribution $\overline{F}_L$ (L) de chaque facteur primaire L est allouée à chacun de ses constituants ($k \in L$) en appliquant la décomposition de Shapley au modèle $<L, \overline{F}_L>$. La contribution de chaque facteur secondaire k à l'intérieur de son groupe L est donnée par :

$$C_k^S(L, \overline{F}_L) = \sum_{S \subseteq L-\{k\}} \Delta_k \overline{F}_L(S) \quad k \in L \tag{27}$$

Une condition théorique importante pour la validité (cohérence) des décompositions est que la fonction F soit séparable en ses constituants. En d'autres termes, la contribution marginale de chaque facteur $k \in L$ ne devrait pas dépendre de celle des autres facteurs dans L. Si certains facteurs ont des contributions liées, ces derniers devraient être traités comme une seule entité. La fonction F devrait aussi être séparable pour chaque $L \in A$. Les détails de cette propriété de séparabilité de F sont disponibles dans Shorrocks (1999). Cette condition correspond aussi à celle d'un jeu coopératif à utilité transférable dont les détails peuvent être trouvés dans Moulin (1988).

IV Revue de résultats empiriques

Le tableau 1 présente des résultats de décomposition rencontrés dans la littérature. On peut remarquer que lorsque différentes décompositions sont appliquées à une même variation de pauvreté, les résultats peuvent différer grandement. Par exemple, les résultats de Shorrocks et Kelinokov (2002) montrent que le passage de la méthode modifiée de Datt et Ravallion (1992) à la méthode SOS se traduit par une baisse de la contribution de la croissance de 10 points tandis que la part du seuil de pauvreté doublait. Les choix méthodologiques influencent les résultats de la décomposition, ce qui pose le problème de la robustesse des conclusions.

Tableau 1 : Résultats de décomposition de la variation temporelle de la pauvreté

Auteurs	**Méthode**	**Pays**	**Période**	**Mesure de pauvreté**	**Variation totale**	**Part de la croissance**	**Part de la redistribution**	**Résidu**
Gibson (2002)	D&R	Papouasie (urbain)	1986-1996	FGT0	-0,71	-6,12	+3,00	+2,41
				FGT1	+3,91	-1,74	+5,47	+0,18
				FGT2	+3,94	-0,55	+4,27	-0,38
Kakwani (1997)	K	Thaïlande	1988-1994	FGT0	-16,27	-20,31	+4,04	-
				FGT1	-6,10	-7,96	+1,86	-
				FGT2	+0,57	-3,94	+4,51	-
Shorrocks et Kolenikov (2001)	D&R modifié	Russie	1985-1999	FGT1	+26,00	+38,00	+19,00	-22 (C_z =-9)
	SOS	Russie	1985-1999	FGT1	+26,00	+28,00	+17,00	- (C_z =-19)
Boccanfuso et Kaboré (2002)	D&R	Burkina Faso	1994-1998	FGT0	+0,9	+2,27	-1,59	+0,27
				FGT1	+0,16	+1,26	-1,42	+0,00
				FGT2	+0,17	+0,27	-0,84	+0,05
	D&R	Sénégal	1995-2000	FGT0	-18,8	-35,0	+3,89	+12,3
				FGT1	-9,57	-19,0	+9,62	-0,19
				FGT2	-5,90	-11,2	+8,65	-3,34
	K	Burkina Faso	1994-1998	FGT0	+0,9	+2,40	-1,45	-
				FGT1	+0,16	+1,26	-1,42	-
				FGT2	+0,17	+0,70	-0,87	-
	K	Sénégal	1995-2000	FGT0	-18,8	-28,8	+10,0	-
				FGT1	-9,57	-19,1	+9,52	-
				FGT2	-5,90	-12,9	+6,98	-

Nb : D&R = Méthode de Datt et Ravallion (1992), K= méthode de Kakwani (1997), SOS = approche de Shapley-Owen-Shorrocks, D&R modifié = Méthode de Datt et Ravallion (1992) modifiée.

V Applications des méthodes aux données du Burkina Faso

4.1 Quelques exercices

Une série d'exercices d'application est proposée par Kaboré et Abdelkrim (2002). Elle passe en revue les méthodes présentées théoriquement dans les sections précédentes. Les exercices sont accompagnés de fichiers extraits de données du Burkina Faso. Nous donnons ici les énoncés de quelques applications importantes.

Exercices

- ***Décomposition de la variation dans l'indice de pauvreté en croissance et redistribution***
  - ***Approche de Shapley.***

1- Charger le fichier BKF94.daf dans « File1 » et initialiser sa structure d'échantillonnage. De même, charger le fichier BKF98.daf, dans « File2 », et initialiser sa structure d'échantillonnage. On considère que les deux distributions sont indépendantes.

2- Faite la décomposition de la variation de l'incidence, et aussi, du faussé ou de la profondeur de la pauvreté tel que:
   - NVIE est la variable d'intérêt pour distribution1 et variable NVIEI est celle de la distribution2.
   - Utiliser l'approche de Shapley.

3- Que peut on dire à propos de l'importance des deux composantes soient, la croissance, la redistribution.

4- Utiliser l'approche de Shapley, pour faire la décomposition de nouveau. Que peut on dire à propos de cette approche de décomposition? Commenter les résultats trouvés en les comparant à ceux de l'exercice II.

- ***Décomposition de la variation dans l'indice de pauvreté en croissance et redistribution***
  - ***Approche de Datt & Ravallion 1992***

1- Charger le fichier BKF94.daf dans « File1 » et initialiser sa structure d'échantillonnage. De même, charger le fichier BKF98.daf, dans « File2 », et initialiser sa structure d'échantillonnage. On considère que les deux distributions sont indépendantes.

2- Faite la décomposition de la variation de l'incidence, et aussi, du faussé ou de la profondeur de la pauvreté tel que:

  - NVIE est la variable d'intérêt pour distribution1 et variable NVIEI est celle de la distribution2.
  - Utiliser l'approche de Datt & Ravallion (1992).
  - Période de référence = t1.

3- Que peut on dire à propos de l'importance des trois composantes soient, la croissance, la redistribution et le résidu.

4- Maintenant, utiliser t2 comme période de référence et faite la même décomposition. D'une manière générale, est-ce que ces résultats peuvent changer significativement en changeant la période de référence. Si oui, expliquer pourquoi.

- ***Décomposition sectorielle de la variation de la pauvreté***

  1- Charger le fichier BKF94.daf et initialiser sa structure d'échantillonnage.

  2- Utiliser l'application « Poverty + FGT Decomposition » et faite la décomposition de l'incidence de la pauvreté selon le milieu de résidence du ménage (ZONE). Pour cette question, utiliser la variable NVIE comme variable d'intérêt et la variable TAILLE comme variable de taille.

  3- Charger le fichier BKF98.daf, et initialiser sa structure d'échantillonnage. Utiliser l'application « Poverty + FGT Decomposition » et faite la décomposition de l'incidence de la pauvreté selon le milieu de résidence du ménage (ZONE). Pour cette question, utiliser la variable NVIE comme variable d'intérêt et la variable TAILLE comme variable de taille.

  4- À partir des résultats trouvés dans les deux questions 2 et 3, faite la décomposition sectorielle selon l'approche de Shapley.

5- Comparer les résultats trouvés avec ceux que fournit DAD pour ce type de décomposition.

- ***Décomposition de la variation de la pauvreté entre 1994 et 1998 en effet « croissance » et en effet « inégalité » selon l'approche modifiée de Datt et Ravallion (1992) dans le logiciel EXCEL (méthode paramétrique).***

1. Estimer des paramètres des courbes de Lorenz pour 1994 et 1998. Pour cela, on suppose que la fonction de courbe Lorenz peut être représenté par une fonction quadratique. En utilisant le logiciel SPSS, et à l'aide de la méthode des MCO estimer les paramètres de la fonction quadratique (voir le tableau qui suit).

Paramètres de la courbe de Lorenz de type quadratique pour la dépense par tête :

Variable dépendante = L(1-L), Méthode de régression = OLS à l'origine

Variables indépendantes	Dénomination du Coefficient	Valeur du coefficient pour le Burkina Faso	
		1994	1998
P^2-L	a	0,555 (0,009)***	0,548 (0,01)***
L(P-1)	b	-3,65^{E}-03 (0,046)	-0,504 (0,038)***
P-L	c	0,460 (0,017)***	0,325 (0,015)***
	R^2adusté	1	1
$L(P) = -[bP+e+(mP^2+nP+e^2)^{1/2}]/(2m)$			
$e=-(a+b+c+1)$; $m = b^2- 4a$; $n = 2be - 4c$; $r =(n^2 - 4me^2)^{1/2}$			

*** = Significatif à 1% ; ** = Significatif à 5% ; * = Significatif à 10%

2. Programmer dans EXCEL le calcul des mesures FGT0, FGT1, FGT2 en fonction des paramètres de la courbe de Lorenz, de la moyenne des dépenses, et du seuil de pauvreté. On utilisera les relations suivantes:

H : $L'(H) = z/\mu$	: **Incidence** / l'indice numérique;
PG : $H - \mu/zL(H)$	: **Profondeur** / la carence moyenne
P2 : $\int_0^H [1-(\mu/z)L'(p)]dp$	: **Sévérité**

3. Faites la décomposition de FGT0 et FGT1 selon les approches standard et modifiée de Datt et Ravallion, et à la Shapley. Interpréter les résultats et dégager l'apport de l'approche modifiée de Datt et Ravallion.
4. Comparer les résultats des approches standard de Datt et Ravallion, à ceux de l'approche Shapley trouvés précédemment par rapport à leurs homologues trouvés dans DAD.

- ***Décomposition de la variation de la pauvreté entre deux dates selon l'approche SOS.***

Le problème consiste à repartir la variation de la pauvreté entre deux facteurs primaires, puis entre deux facteurs secondaires dans chacun des facteurs primaires.

Étape 1 : repartir la variation de la pauvreté entre deux groupes (par exemple, milieu rural et le milieu urbain) puis à l'intérieur de chaque milieu repartir sa part de pauvreté entre deux facteurs secondaires

Étape 2 : repartir dans chaque milieu la part de pauvreté entre deux facteurs secondaires tel que la croissance et la redistribution.

1. Proposer une décomposition SOS de la variation de la pauvreté. Interpréter les contributions trouvées à chaque étape.
2. Vérifier la cohérence de l'agrégation i.e. la propriété d'additivité. De la décomposition que vous proposez.

4.2 Résultats partiels des exercices

Décomposition à la Shapley: On sait théoriquement que la décomposition à la Shapley de la variation de la pauvreté en effet « croissance » et en effet « inégalité » donne les mêmes résultats que l'approche axiomatique de Kakwani (1997). L'approche de Kakwani est programmée dans le logiciel DAD et permet l'obtention de la décomposition de Shapley. Les résultats sont les suivants :

Tableau 1 : Résultats de la décomposition à la Shapley de FGT0 donnés par DAD avec des valeurs nominales pour 1998.

	1994	**1998**
Estimate	**0.44456634**	**0.11589300**
Difference Index1-Index2	**-0.32867334**	
Poverty Line	**41099.00000000**	**41099.00000000**

Contribution of:	**Growth**	**Redistribution**	**Residue**
	-0.30659252	**-0.02208082**	**0.00000000**

L'incidence de pauvreté trouvée pour 1994 est juste. Cependant celle de 1998 (11,59%) est sous-estimée car la valeur réelle est 45,3%. La raison est qu'en utilisant le seuil de 41 099 FCFA/tête/an pour 1998, on suppose implicitement que le seuil est resté le même. Pour que le raisonnement soit cohérent, il aurait fallu déflater le vecteur de dépenses NVIE, ce qui n'a pas été le cas. En conséquence la décomposition est incohérente.

Tableau 2 : Résultats de la décomposition à la Shapley de FGT1 donnés par DAD avec des valeurs nominales pour 1998.

	1994	**1998**
Estimate	**0.13919213**	**0.02771492**
Difference Index1-Index2	**-0.11147722**	
Poverty Line	**41099.00000000**	**41099.00000000**

Contribution of:	**Growth**	**Redistribution**	**Residue**
	-0.10214627	**-0.00933095**	**0.00000000**

Tableau 3 : Résultats de la décomposition à la Shapley de FGT2 donnés par DAD avec des valeurs nominales pour 1998.

	1994	1998
Estimate	**0.05995056**	**0.01080527**
Difference Index1-Index2	**-0.04914529**	
Poverty Line	**41099.00000000**	**41099.00000000**

Contribution of:	**Growth**	**Redistribution**	**Residue**
	-0.04533701	**-0.00380829**	**0.00000000**

Procédure pour déflater dans DAD les valeurs nominales de 1998. On utilisera comme déflateur le rapport des deux seuils de pauvreté (72 690 FCFA/tête/an pour 1998 et 41099 FCFA/tête/an pour 1994) i.e. le chiffre 1,7687. Il s'agit de diviser la variable NVIE de 1998 par le rapport des deux seuils en se servant de l'option « compute column » dans la fenêtre EDIT de DAD. La nouvelle variable s'appellera par exemple NVIE2.

NB : Mettre NVIE2 dans une colonne vide pour ne pas écraser une variable existante. S'assurer aussi de la bonne maîtrise de la fenêtre de manipulation des variables de DAD.

Les résultats de la décomposition sont donnés dans les tableaux 4 à 6. Le tableau 4 donne la décomposition de la variation de l'incidence de pauvreté. On retrouve maintenant les incidences rapportées dans les documents techniques i.e. 44,5% en 1994 et 45,3% 1998.

Tableau 4 : Résultats de la décomposition à la Shapley de FGT0 donnés par DAD (exo A4) avec des valeurs réelles pour 1998 (Déflateur égale rapport des seuils).

	1994	1995
Estimate	**0.44456634**	**0.45267528**
Difference Index1-Index2	**0.00810894**	
Poverty Line	**41099.00000000**	**41099.00000000**

Contribution of:	Growth	Redistribution	Residue
	0.02802409	-0.01991515	0.00000000

Ainsi, en déflatant la dépense de 1998 par le rapport des seuils, l'incohérence observée dans l'exercice A2 est résorbée. On a une augmentation de l'incidence de la pauvreté de 0,81%. La « croissance » a contribué paradoxalement à augmenter cette incidence de 2,8% tandis que la redistribution a contribué à réduire l'incidence de 1, 99%. L'effet pervers de la composante croissance est en fait dû à une baisse de la dépense réelle moyenne.

On peut aussi obtenir un résultat similaire en prenant l'année 1998 comme base pour déflater.

Tableau 5 : Résultats de la décomposition à la Shapley de FGT1 donnés par DAD (exo A4) avec des valeurs réelles pour 1998 (Déflateur égale rapport des seuils).

	1994	1998
Estimate	**0.13919213**	**0.13723621**
Difference Index1-Index2	**-0.00195593**	
Poverty Line	**41099.00000000**	**41099.00000000**

Contribution of:	Growth	Redistribution	Residue
	0.01291411	-0.01487004	0.00000000

Tableau 6 : Résultats de la décomposition à la Shapley de FGT2 donnés par DAD (exo A4) avec des valeurs réelles pour 1998 (Déflateur égale rapport des seuils).

	1994	1998
Estimate	**0.05995056**	**0.05913273**
Difference Index1-Index2	**-0.00081783**	
Poverty Line	**41099.00000000**	**41099.00000000**

Contribution of:	Growth	Redistribution	Residue
	0.00657470	-0.00739253	0.00000000

A présent, on déflate la dépense de 1998 par le rapport des deux indices des prix à la consommation (150,6/122,8) i.e. le chiffre 1,2264. Les résultats de la décomposition dont donnés dans les tableaux 7 à 9.

Tableau 7 : Résultats de la décomposition à la Shapley de FGT0 donnés par DAD (exo A5) avec des valeurs réelles pour 1998 (Déflateur égale indices des prix à la consommation).

	1994	1998
Estimate	**0.44456634**	**0.20688432**
Difference Index1-Index2	**-0.23768201**	
Poverty Line	**41099.00000000**	**41099.00000000**

Contribution of:	Growth	Redistribution	Residue
	-0.20705188	**-0.03063013**	**0.00000000**

Le tableau 7 montre une incidence de pauvreté de 44,5% en 1994 et 20,69% en 1998. En conséquence, la pauvreté de réduit de 23,77%. Contrairement au résultat de l'exercice précédent, non seulement l'incidence de la pauvreté se réduit mais la croissance contribue à réduire cette incidence de 20,7%. La redistribution contribue également à réduire l'incidence de pauvreté.

Tableau 8 : Résultats de la décomposition à la Shapley de FGT1 donnés par DAD (exo A5) avec des valeurs réelles pour 1998 (Déflateur égale indices des prix à la consommation).

	1994	1998
Estimate	**0.13919213**	**0.05194914**
Difference Index1-Index2	**-0.08724299**	
Poverty Line	**41099.00000000**	**41099.00000000**

Contribution of:	Growth	Redistribution	Residue
	-0.07574479	**-0.01149820**	**0.00000000**

Tableau 9 : Résultats de la décomposition à la Shapley de FGT2 donnés par DAD (exo A5) avec des valeurs réelles pour 1998 (Déflateur égale indices des prix à la consommation).

	1994	1998
Estimate	**0.05995056**	**0.02043234**
Difference Index1-Index2	**-0.03951822**	
Poverty Line	**41099.00000000**	**41099.00000000**

Contribution of:	**Growth**	**Redistribution**	**Residue**
	-0.03479870	**-0.00471953**	**0.00000000**

Conclusion. La décomposition à la Shapley de la variation de la pauvreté entre deux dates en effet « croissance » et en effet « redistribution » peut être réalisée par DAD. Pour ce faire, on utilisera la décomposition équivalente programmée par DAD sous la rubrique Kakwani (1997). Les résultats de la décomposition sont sensibles aux déflateurs utilisés. Une attention doit être accordée au choix des déflateurs à utiliser.

- ***Décomposition de la variation de la pauvreté entre 1994 et 1998 en effet « croissance » et en effet « inégalité » selon l'approche standard de Datt et Ravallion (1992) dans le logiciel DAD. On utilisera les fichiers BFK94.prn et BFK98.prn et on procédera comme dans les exercices A précédents. La période de référence est 1994 et le seuil de pauvreté est celui de 1994. Les résultats sont les suivants :***

Les résultats de la décomposition de FGT0, FGT1, FGT2 sont donnés dans les tableaux 10 à 12.

Tableau 10 : Résultats de la décomposition de Datt et Ravallion de FGT0 donnés par DAD (exo B1) avec des valeurs nominales pour 1998.

Approach	**Datt & Ravallion (1992)**	**Periode of reference = 1**
	1994	**1998**
Estimate	**0.44456482**	**0.11589330**
Difference Index1-Index2	**-0.32867152**	
Poverty Line	**41099.00000000**	**41099.00000000**

Contribution of:	**Growth**	**Redistribution**	**Residue**
	-0.30747443	**-0.02297682**	**0.00177973**

Tableau 11 : Résultats de la décomposition de Datt et Ravallion de FGT1 donnés par DAD (exo B1) avec des valeurs nominales pour 1998.

Approach	**Datt & Ravallion (1992)**	**Periode of reference = 1**
	1994	**1998**
Estimate	**0.13919689**	**0.02771500**
Difference Index1-Index2	**-0.11148189**	
Poverty Line	**41099.00000000**	**41099.00000000**

Contribution of:	**Growth**	**Redistribution**	**Residue**
	-0.10756692	**-0.01475736**	**0.01084239**

Tableau 12 : Résultats de la décomposition de Datt et Ravallion de FGT2 donnés par DAD (exo B1) avec des valeurs nominales pour 1998.

Approach	**Datt & Ravallion (1992)**	**Periode of reference = 1**
Estimate	**0.05995496**	**0.01080530**
Difference Index1-Index2	**-0.04914965**	
Poverty Line	**41099.00000000**	**41099.00000000**

Contribution of:	**Growth**	**Redistribution**	**Residue**
	-0.04861037	**-0.00708409**	**0.00654481**

- ***Décomposition de la pauvreté entre 1994 et 1998 de Datt et Ravallion avec la variable NVIE de 1998 déflaté par le rapport des deux seuils. La période de référence est 1994 et le seuil de pauvreté est celui de 1994 i.e. 41099 FCFA/tête/an.***

Tableau 13 : Résultats de la décomposition de Datt et Ravallion de FGT0 donnés par DAD (exo B2) avec des valeurs réelles pour 1998 (Déflateur égale rapport des seuils).

Approach	**Datt & Ravallion (1992)**	**Periode of reference = 1**
	1994	**1998**
Estimate	**0.44456482**	**0.45267603**

	(0.00902539)	**(0.00710627)**
Difference Index1-Index2	**0.00811121**	
	(0.01148858)	
Covariance Index1-Index2	**-0.00000002**	
Poverty Line	**41099.00000000**	**41099.00000000**
	(0.00000000)	**(0.00000000)**

Contribution of:	**Growth**	**Redistribution**	**Residue**
	0.02496266	**-0.02297682**	**0.00612536**
	(0.01449154)	**(0.01556720)**	**N.A**

NB : Les écart-types sont entre parenthèses et sont calculés sous l'hypothèse d'un échantillon purement aléatoire. Ils permettent de calculer l'intervalle de confiance des coefficients. Si on tient compte de la vraie structure d'échantillonnage qui est un échantillonnage stratifié à deux degrés les écarts-types et les intervalles de confiance changent. DAD permet de tenir compte de cette structure d'échantillonnage grâce à l'option « set sampling design » dans la fenêtre EDIT.

Tableau 14 : Résultats de la décomposition de Datt et Ravallion de FGT1 donnés par DAD (exo B2) avec des valeurs réelles pour 1998 (Déflateur égale rapport des seuils).

Approach	**Datt & Ravallion (1992)**	**Periode of reference = 1**
	1994	**1998**
Estimate	**0.13919689**	**0.13722904**
	(0.00362053)	**(0.00305307)**
Difference Index1-Index2	**-0.00196785**	
	(0.00473653)	
Covariance Index1-Index2	**-0.00000000**	
Poverty Line	**41099.00000000**	**41099.00000000**
	(0.00000000)	**(0.00000000)**

Contribution of:	**Growth**	**Redistribution**	**Residue**
	0.01302725	**-0.01475736**	**-0.00023773**
	(0.00710123)	**(0.00699336)**	**N.A**

Tableau 15 : Résultats de la décomposition de Datt et Ravallion de FGT2 donnés par DAD (exo B2) avec des valeurs réelles pour 1998 (Déflateur égale rapport des seuils).

Approach	**Datt & Ravallion (1992)**	**Periode of reference = 1**
	1994	**1998**
Estimate	**0.05995496**	**0.05912910**
	(0.00204388)	**(0.00187965)**
Difference Index1-Index2	**-0.00082586**	
	(0.00277711)	
Covariance Index1-Index2	**-0.00000000**	
Poverty Line	**41099.00000000**	**41099.00000000**
	(0.00000000)	**(0.00000000)**

Contribution of:	**Growth**	**Redistribution**	**Residue**
	0.00688533	**-0.00708408**	**-0.00062711**
	(0.00382719)	**(0.00373227)**	**N.A**

Références Bibliographiques

[1] Bigsten, A. ; Levin J., 2000. Crowth, Income Distribution and Poverty : A review. Working Paper in Economics N°32. JEL-Classification 01, 02. Göteborg University.

[2] Datt, G. ; Ravallion, M., 1992. Growth and Redistribution Components of Changes in Poverty Measures : A decomposition with applications to Brasil and India in 1980s. *Journal of Development Economics*, 38 (1992) 275-295.

[3] Chantreuil, F. ; Trannoy, A., 1999. Inequality Decomposition Values : the Trade-off between Marginality and Consistency. Workinh Paper. Classification JEL : D 63, C 71.

[4] Fields, G.S. ; Yoo, G., 2000. Falling Labor Income Inequality in Korea's Economic Growth : Paterns and Underlying Causes. *Review of Income and Wealth Series* 46, Number 2, June 2000.

[5] Foster, J. ; Greer, J. ; Thorbecke, E., 1984. A Class of Decomposable Poverty Measures. *Econometrica* 52, 761-765.

[6] Geda, A.; de Jong N.; Mwabu, G.; Kimenyi, M., S., 2001. Determinants of Poverty in Kenya : A

Household Level Analysis. Working Paper . JEL Classification I320. Institute of Social Studies (ISS) and Kenya Institute for Public Policy Research and Analysis (KIPPRA).

[7] Gibson, J., 2002. The impact of Growth and Redistribution on Poverty in Papua New Guinea. Miméo,

[7] Grootaert C., 1996. The determinants of poverty in Côte d'Ivoire in the 1980s. *Journal of African Economies*, Volume 6, Number 2, pp. 169-196.

[8] INSD, 1996. Le Profil de Pauvreté au Burkina Faso. Ministère de l'Economie, des Finances et du Plan; Projet d'Appui Institutionnel aux Dimensions Sociales de l'Ajustement.

[9] INSD, 2000. Profil et Evolution de la Pauvreté au Burkina Faso. Ministère de l'Economie et des Finances; Direction des Statistiques Générales, Etude Statistique Nationale, Première Edition, Ouagadougou, Mars 2000.

[10] Kakwani, N., 1993. Poverty and Economic Growth with Application to Côte d'Ivoire. *Review of Income and Wealth*, Série 39 # 2, Juin.

[11] Kakwani, N., 1997. On measuring Growth and Inequality Components of Poverty with Application to Thaïland. Discussion Paper. School of Economics, The University of New South Wales.

[12] Moulin, H., 1988. Axioms of Cooperative Decision Making. Cambridge University Press. (Réf : Bibliothèque Générale, Université Laval : H 61.25 M926 1998 Ex.B)

[13] Owen, G. ; 1977. Values of Games with a Priori Unions ; *In Mathematical Economics and GameTheory : Essays in Honor of Oskar Morgenstern*, Henn, R. ; Moeschlin (Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York)
(Réf : Bibliothèque Générale, Université Laval : HB 135 M426 1977)

[14] Ravallion M., 1996. Comparaisons de la Pauvreté, Concepts et Méthodes. LSMS document de travail N°122. Banque Mondiale, Washington, D.C.

[15] Shorrocks, A.F.; 1999. Decomposition Procedures for Distributional Analysis : A Unified Framework Based on the Shapley Value. Mimeo. Department of Economics, University of Essex.

[16] Shorrocks, A.F.; Kolenikov, S., 2001. Poverty Trends in Russia During the Transition. Mimeo.

[17] Spiegel, M.R., 1981. Théories et Applications de la Statistique. Serie Schaum; Mc Graw Hill.

Annexe : Rappel des principes de base de l'analyse combinatoire.

Les rappels formulés ci-après sont tirés de Spiegel (1981) et sont nécessaires pour le calcul des pondérations utilisées dans la valeur de Shapley.

Principe fondamental. Lors qu'un événement peut se réaliser suivant n_1 manières, et qu'immédiatement après un autre événement peut se produire suivant n_2 façons, les deux événements peuvent alors se produire dans l'ordre considéré suivant n_1n_2 façons.

Factoriel n. On définit factoriel n, noté n ! par $n ! = n(n-1)(n-2)\ldots.1$

Permutations. Une permutation de n objets différents pris r à r est un arrangement de r objets pris parmi les n donnés, dans un ordre bien déterminé. On désignera par P_n^r, $P(n,r)$ ou $P_{n,r}$ le nombre de permutations de n objets pris r à r, ce qui est donné par :

$$P_n^r = n(n-1)(n-2)....(n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

En particulier le nombre de permutations de n objets pris n à n est $P_n^n = n(n-1)(n-2)\ldots.1 = n$!

Le nombre de permutations de n objets dont n_1 sont identiques, n_2 autres identiques, …est :

$\frac{n!}{n_1!n_2!}$ avec $n = n_1 + n_2 + \ldots.$

Combinaisons. Une combinaison de n objets différents pris r à r est une sélection de r objets pris parmi les n donnés, sans ordre déterminé. On désignera par C_n^r, $C(n,r)$, $C_{n,r}$ ou $\binom{n}{r}$ le nombre de combinaisons de n objets pris r à r, ce qui est donné par :

$$C_n^r = \frac{n(n-1)(n-2)....(n-r+1)}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{P_n^r}{r!}$$

Le nombre de combinaisons de n objets pris 1 à 1 ou 2 à 2, …, ou n à n est :

$C_n^1 + C_n^2 + \ldots + C_n^n = 2^n - 1.$