Pauvreté, bien-être social et équité : Mesure, impact des politiques et estimation

par

Jean-Yves Duclos

Département d'économique et CRÉFA-CIRPÉE,
Université Laval, Canada

Programme de formation MIMAP

Remerciements

Ce document a été préparé pour le Programme de formation MIMAP, financé par le CRDI, le Centre de Recherches en Développement International du Gouvernement du Canada, et a aussi bénéficié de l'appui du SISERA et de l'Institut de la Banque Mondiale dans le cadre de préparation de matériel de formation de base et avancée. Les recherches à l'origine de ce document ont été possibles grâce à des subventions du Conseil de Recherches en Sciences Humaines du Canada et du Fonds FCAR de la Province de Québec. Je tiens à remercier Abdelkrim Araar pour sa participation et son aide à ce travail de recherche et Nicolas Beaulieu pour l'excellente traduction qu'il a faite de ce travail (à l'origine rédigé en anglais).

Adresse de correspondance : Jean-Yves Duclos, Département d'économique, Pavillon de Sève, Université Laval, Québec, Canada, G1K 7P4 ; Tel. : (418) 656-7096 ; Fax : (418) 656-7798 ; Email : jduc@ecn.ulaval.ca

Octobre 2002

Table des matières

1 Notation

Nous allons noter les niveaux de vie par la variable y. Les indices utilisés dans le présent document exigeront parfois que ces mêmes niveaux de vie soient strictement positifs et, afin de simplifier la présentation, nous supposerons que cette condition est toujours respectée. Ce sera la cas, par exemple, pour l'indice de pauvreté de Watts et pour la plupart des indices d'inégalité décomposables. Notons qu'il est raisonnable de penser que cette condition s'applique pour des indicateurs de niveaux de vie comme la consommation mensuelle ou annuelle ; il en est cependant tout autrement pour d'autres indicateurs tels que le revenu, pour lequel les pertes en capital ou le paiement d'impôts rétroactifs peuvent engendrer des valeurs négatives.

Un outil indispensable au cours de nos analyses sera le concept de "centiles". Les centiles simplifieront la présentation et le calcul de plusieurs indices. De plus, ils serviront parfois directement lors de l'analyse et la comparaison des distributions de niveaux de vie (par exemple, pour vérifier la présence de dominance de premier ordre en approche duale). Soit $p = F(y)$, la proportion d'individus d'une population bénéficiant d'un niveau de vie inférieur ou égal à y. $F(y)$ est la fonction de distribution cumulative (*cdf*) des niveaux de vie ; elle est croissante en y, et est comprise entre 0 et 1, avec $F(0) = 0$ et $F(\infty) = 1$. Afin de simplifier la présentation, nous supposons que $F(y)$ est continue et strictement croissante en y (une hypothèse raisonnable pour une distribution de niveaux de vie provenant d'une grande population). La fonction de densité, qui est la dérivée première de la *cdf*, se note $f(y) = F'(y)$ et est strictement positive en raison de notre hypothèse de stricte croissance de $F(y)$ en y. Le centile $Q(p)$ est defini de façon à ce que $F(Q(p)) = p$, ou encore, en se servant de l'inverse de la fonction de distribution, $Q(p) = F^{-1}(p)$. $Q(p)$ est donc le niveau de vie en dessous duquel on retrouve une proportion p de la population. [1]

Nous définirons la plupart des indices et courbes en termes d'intégrales ou de distributions continues. La principale conséquence sera la simplification des définitions et des présentations, en plus de nous permettre de nous concentrer sur les principaux objectifs, en particulier sur les différences entre les outils d'analyse distributive que nous considérerons. Pour ce qui est des définitions en termes de distributions discrètes, nous n'aurons besoin que d'un léger changement de notation. Ordonnons d'abord les n observations de la variable y_i en ordre croissant ($y_1 \leq y_2 \leq y_3 \leq ... \leq y_{n-1} \leq y_n$). Définissons ensuite n centiles d'échantillons discrets (ou de populations discrètes) pour nos niveaux de vie tels que $Q(p_i) = y_i$, pour $p_i = 1/n,\ 2/n,\ 3/n,\ ..., (n-1)/n,\ 1$. Les formules sont alors facilement

[1] Une définition plus technique des centiles serait $Q(p) = \inf\{s > 0 | F(s) \geq p\}$ pour $p \in [0, 1]$, assurant l'existence de $Q(p)$ même si $F(y)$ est non-continue, discrète, ou n'est pas strictement croissante en y.

calculables en remplaçant l'opérateur d'intégrale par un opérateur de sommation, en faisant la somme pour tous les centiles d'échantillons observés, et en divisant par le nombre d'observations. Les échantillons observés dans la vie courante pour les ménages et les individus sont en fait des distributions discrètes et ce, peu importe leur taille. Ce sujet est développé plus longuement plus loin dans le texte ainsi que dans le *Guide d'utilisation* où l'estimation des indices avec le logiciel *DAD* est discutée.

L'espérance (la moyenne) d'une distribution de niveaux de vie se définit alors comme suit :

$$\mu = \int_0^1 Q(p)dp. \tag{1}$$

Pour des comparaisons de pauvreté, nous allons également avoir recours au concept de centiles censurés par des seuils de pauvreté z. Nous les noterons par $Q^*(p; z)$ et se définissent ainsi :

$$Q^*(p; z) = \min(Q(p), z). \tag{2}$$

L'espérance de centiles censurés se note $\mu^*(z)$:

$$\mu^*(z) = \int_0^1 Q^*(p; z)dp. \tag{3}$$

Le fossé de pauvreté au centile p, $g(p; z)$, est la différence entre le seuil de pauvreté et le centile censuré en p :

$$g(p; z) = z - Q^*(p; z) = \max(z - Q(p), 0). \tag{4}$$

Lorsque le niveau de vie excède le seuil de pauvreté, le fossé est égal à zéro. Le fossé moyen de pauvreté est pour sa part égal à $\mu^g(z)$:

$$\mu^g(z) = \int_0^1 g(p; z)dp. \tag{5}$$

2 Les mesures d'inégalité et de bien-être social

2.1 La courbe de Lorenz

Depuis 3 décennies, la courbe de Lorenz est l'outil d'analyse graphique le plus populaire pour visualiser et comparer les inégalités en matière de niveaux de vie. Comme nous le verrons, elle fournit une riche information sur l'entière distribution des niveaux de vie sous forme de proportion de la moyenne. Ainsi, l'information sur les niveaux de vie qui en découle est beaucoup plus complète que les traditionnelles mesures de dispersion ou d'écarts par rapport à une moyenne, en plus de représenter un meilleur point de départ pour l'analyse que la calcul de nombreux autres indices d'inégalité proposés dans le passé. De plus, sa popularité provient du fait qu'elle est du même coup une manière "robuste" d'ordonner les distributions en termes d'inégalité, de telle sorte que l'ordre demeure le même pour un grand nombre d'indices d'inégalité. La courbe de Lorenz est donc définie de la manière suivante :

$$L(p) = \frac{1}{\mu} \int_0^p Q(q) dq \tag{6}$$

$L(p)$ représente le pourcentage cumulatif du total des niveaux de vie détenu par une proportion cumulative p de la population, sachant que les individus sont ordonnés en ordre croissant selon leur propre niveau de vie. Par exemple, si $L(0.5) = 0.3$, nous savons alors que 50% des individues les plus pauvres détiennent 30% du total des niveaux de vie de la population.

Une version en termes discrets de la courbe de Lorenz en découle facilement. Rappelons que les niveaux de vie sous forme discrète y_i sont ordonnés de telle sorte que $y_1 \leq y_2 \leq ... \leq y_n$, avec comme centiles $p_i = i/n$, avec $i = 1,\ ...,\ n$. Si $i = 1,\ ...,\ n$, la courbe de Lorenz en termes discrets se définit comme suit :

$$L(p_i = i/n) \ = \ \frac{1}{n\mu} \sum_{j=1}^{i} Q\left(p_j\right) \tag{7}$$

où μ se définit comme suit pour une distribution discrète

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} Q(p_i). \tag{8}$$

Au besoin, d'autres valeurs de $L(p)$ peuvent être obtenues au moyen de simples interpolations.

La courbe de Lorenz jouit de plusieurs propriétés intéressantes. Elle est comprise entre 0 (lorsque $p = 0$) et 1 (lorsque $p = 1$), puisqu'une proportion $p = 1$ de la population doit absolument détenir une proportion identique $L(p = 1) = 1$ du niveau de vie agrégé. Elle est croissante en p, puisque les niveaux de vie s'accumulent. On peut également le constater par la valeur de la dérivée première $L(p)$:

$$\frac{dL(p)}{dp} = \frac{Q(p)}{\mu}. \tag{9}$$

D'après notre hypothèse, le signe de cette dérivée est positif en raison des niveaux de vie strictement positifs. Ainsi, si nous pouvons observer la pente d'une courbe de Lorenz pour une certaine valeur de p, nous pouvons connaître la valeur du centile-p par rapport à la moyenne ou, en d'autres termes, le niveau de vie d'un individu qui se trouve au rang p dans la distribution, exprimé en proportion du niveau de vie moyen agrégé. La pente de $L(p)$ peut ainsi représenter la distribution entière des niveaux de vie normalisés par rapport à la moyenne. De plus, la courbe de Lorenz est convexe en p, puisque que si p augmente, les niveaux de vie qu'on y ajoute sont toujours de plus en plus grands. Mathématiquement parlant, une courbe est dite convexe si sa dérivée seconde est positive. Et plus cette dernière est positive, plus la courbe sera convexe. Il est possible de prouver la convexité de la courbe de Lorenz de la manière suivante :

$$\frac{d^2L(p)}{dp^2} = \frac{1}{f(Q(p))} \tag{10}$$

qui est de signe positif. Plus la valeur que prend la fonction de densité $f(Q(p))$ au centile $Q(p)$ est élevée, plus la courbe de Lorenz sera convexe en $L(p)$.

Certaines mesures de dispersion sont identifiables en étudiant la courbe de Lorenz. En particulier, la médiane (en proportion de la moyenne) est donnée par $Q(0.5)/\mu$, et donc par la pente de la courbe de Lorenz en $p = 0.5$. Puisque plusieurs distributions de niveaux de vie sont courbées vers la droite, la moyenne est plus grande que la médiane et $Q(p = 0.5)/\mu$ est inférieure à 1. Le niveau de vie moyen de la population peut être associé au centile pour lequel la pente de $L(p)$ est égale à 1, c'est-à-dire lorsque $Q(p) = \mu$. Encore une fois, notons que ce centile est souvent supérieur à 0.5, à savoir où se retrouve le niveau de vie médian. Le centile correspondant au mode est celui pour lequel $L(p)$ est le moins convexe puisque, d'après l'équation (10), il s'agit du point où la fonction de densité $F(Q(p))$ atteint son maximum.

Si tous avaient le même niveau de vie, la courbe de Lorenz se confondrait avec p : les classes de population et de niveaux de vie agrégé seraient identiques. Un aspect graphique important à souligner de la courbe de Lorenz est alors sa distance par rapport à la droite d'égalité parfaite : $p - L(p)$.

Les mesures d'inégalité de base peuvent être obtenues à partir du graphique de la courbe de Lorenz. La portion du niveau de vie agregé détenue par une proportion p de la population la plus pauvre (le bas de la distribution) est donnée par $L(p)$; plus cette portion sera élevée, plus la distribution des niveaux de vie sera équitable. De la même manière, la portion du niveau de vie agrégé détenu par la proportion p la pus riche de la population (le haut de la distribution) est donnée par $1 - L(p)$; cette fois-ci, plus cette portion sera élevée, moins la distribution sera considérée équitable. Dans la littérature, ces deux indices sont souvent utilisés. Un indice tout aussi intéressant mais moins bien connu est donné par la proportion minimale (hypothétique) des niveaux de vie qu'un gouvernement devrait redistribuer vers la population afin d'obtenir l'égalité parfaite en matière de distribution des niveaux de vie ; cette proportion est donnée par la valeur maximale de $p - L(p)$, qui est atteinte lorsque la pente de $L(p)$ est égale à 1, (*i.e.* en $L(p = F(\mu))$) ; ce point est appelé le coefficient de Shultz.

Les transferts égalisateurs qui n'affectent pas la moyenne des niveaux de vie sont souvent appelés transferts de Pigou-Dalton ; en termes monétaires, ils ont le même effet qu'un transfert marginal de $1, par exemple, d'une personne riche à une autre plus pauvre, tout en conservant le niveau de vie moyen constant. Tous les indices d'inégalité qui ne croissent pas (mais qui peuvent parfois décroître) suite à de tels ransferts égalisateurs obéissent alors au principe des transferts de Pigou-Dalton. Ces transferts égalisateurs ont aussi comme effet de rapprocher la courbe de Lorenz de la droite d'égalité parfaite. Soit la courbe de Lorenz $L_B(p)$ d'une certaine distribution B qui se trouve au dessus de la courbe de Lorenz $L_A(p)$ de la distribution A. Nous pouvons alors penser que B peut être obtenue à partir de A en lui faisant subir un ou des transferts égalisateurs. Ainsi, les indices d'inégalité obéissant à ce principe présenteront assurément plus d'inégalité en A qu'en B.

2.2 L'indice de Gini

À comparer avec la situation d'égalité parfaite, une situation d'inégalité retire une proportion $p - L(p)$ du niveau de vie agrégé à la section inférieure de la distribution contenant $100 \cdot p\%$ de la population. Si nous agrégeons ce "déficit" $p - L(p)$ parmi les classes de population, p, et les classes de niveaux de vie, $L(p)$, et parmi toutes les valeurs que peut prendre p entre 0 et 1, nous obtenons la moitié du populaire indice de Gini :

$$\frac{\text{Indice d'inégalité de Gini}}{2} = \int_0^1 (p - L(p))\, dp. \tag{11}$$

L'indice de Gini fait donc l'hypothèse que chacun des déficits parmi les p sont d'égale importance. Il calcule la distance moyenne entre les classes cumulées de population et les classes cumulées de niveaux de vie. Toutefois, il est possible d'utiliser d'autres variables de pondération, ou de poids, pour agréger la distance $p - L(p)$. La classe de mesures d'inégalité *linéaire* est celle qui utilise une variable de poids qui est fonction d'un certain ordre ou des centiles tout simplement, que nous appelerons $\kappa(p)$, appliquée à cette même distance. Une spécification populaire n'utilisant qu'un seul paramètre pour cette variable de poids est donnée par

$$\kappa(p;\rho) = \rho(\rho-1)(1-p)^{(\rho-2)} \tag{12}$$

qui ne dépend que de la valeur d'un seul paramètre "d'éthique" ρ. Le résultat est ce nous appelons la classe des indices d'inégalité S-Gini :

$$I(\rho) \;=\; \int_0^1 (p-L(p))\kappa(p;\rho)dp. \tag{13}$$

Notons que lorsque $\rho = 2$, nous avons que $I(2)$ équivaut à l'indice de Gini standard. Ceci provient du fait que $\kappa(p; \rho = 2) \equiv 2$, qui donne alors un poids égal à toutes les distances $p-L(p)$. Si $1 < \rho < 2$, on donne relativement plus de poids aux distances survenant à des valeurs élevées de p, et si $\rho > 2$, relativement plus de poids pour les distances dont la valeur de p est faible. En faisant varier ρ nous nous trouvons à faire varier notre "éthique" personnelle à propos de ce que nous croyons être équitable comme "déficits" pour les différentes classes cumulées de la population.

Soit $\omega(p;\rho)$ que nous définissons comme suit :

$$\omega(p;\rho) = \int_p^1 k(q,\rho)dq = \rho(1-p)^{\rho-1}. \tag{14}$$

Notons que $\omega(p;\rho) > 0$ et que $\partial\omega(p;\rho)/\partial p < 0$ si $\rho > 1$. Les fonctions $\kappa(p;\rho)$ et $\omega(p;\rho)$ peuvent être interprétées en termes de densités de "pauvres", densités qui nous seront utiles lors de l'interprétation de quelques relations plus loin dans le texte. Supposons que r individus sont choisis aléatoirement dans une population. La probabilité que le niveau de vie de *chacun* de ces r individus excède $Q(p)$ est donnée par $[1-F(Q(p))]^r$, et donc la probabilité de trouver un seul niveau de vie inférieur à $Q(p)$ est $1-[1-F(Q(p))]^r = 1-[1-p]^r$. La densité pour le rang le plus bas dans la distribution des niveaux de vie pour un tel échantillon composé de r individus sélectionnés aléatoirement est encore une fois la dérivée première de cette même probabilité par rapport à p, ce qui donne

$$r\,(1-p)^{r-1}\,. \tag{15}$$

Ceci nous aide à interpréter les variables de poids $\kappa(p;\rho)$ et $\omega(p;\rho)$. D'après l'équation (12), $\kappa(p;\rho)$ est égales à ρ multipliée par la densité du plus bas niveau de vie d'un échantillon de $\rho-1$ individus sélectionnés aléatoirement ; de la même manière, d'après l'équation (14), $\omega(p;\rho)$ équivaut la densité du plus bas niveau de vie d'un échantillon de ρ individus sélectionnés aléatoirement.

En se servant de la définition de (14) et en intégrant par parties l'équation (13), il est possible de prouver que :

$$I(\rho) = \frac{1}{\mu}\int_0^1 (\mu - Q(p))\omega(p;\rho)dp. \tag{16}$$

Ce résultat prétend que l'écart des niveaux de vie de chaque individu par rapport à la moyenne est pondéré par son rang dans la population. D'après l'équation (16), $I(\rho)$ est une fonction des niveaux de vie $Q(p)$ qui est de forme linéaire (par parties), et est un membre de la classe des mesures d'inégalité linéaire. Également, il est possible de montrer que la somme, ou l'intégrale, des variables de poids $\omega(p;\rho)$ est égale à un :

$$\int_0^1 \rho(1-p)^{(\rho-1)} dp = 1. \tag{17}$$

Nous pouvons déterminer l'impact de certains processus changeant l'inégalité sur les indices d'inégalité du même type que (16). Un de ces processus répartit le revenu en l'éloignant de la moyenne par un facteur proportionnel λ, correspondant ainsi à une certaine forme de bipolarisation des revenus "en dehors" de la moyenne. C'est l'équivalent d'un processus qui ajoute $(\lambda-1)\,(Q(p)-\mu)$ à $Q(p)$, puisque

$$\mu - (Q(p) + (\lambda-1)\,(Q(p)-\mu)) = \lambda\,(\mu - Q(p))\,. \tag{18}$$

En le vérifiant à l'aide de l'équation (16), ceci change $I(\rho)$ proportionnellement à λ, ce qui veut également dire que l'élasticité de $I(\rho)$ par rapport à λ, lorsque $\lambda = 1$ initialement, est égale à 1, peu importe la valeur du paramètre ρ.

Cette bipolarisation "en dehors" de la moyenne est également équivalente à un processus qui augmente la distance $p - L(p)$ d'un facteur λ. Que ceci donne le même changement sur $I(\rho)$ peut être vérifié avec l'équation (13). Cette bipolarisation augmente alors le "déficit" $p - L(p)$ entre les parties de la population p et leurs parts du revenu $L(p)$ d'un facteur constant λ entre les parties de la population ou les rangs. Nous verrons plus tard comment tout ce processus nous mène à une belle illustration de l'impact possible des changements dans l'inégalité sur la pauvreté.

Plus la valeur de ρ est élevée, plus le poids est donné aux écarts provenant des niveaux de vie les plus bas. Si ρ est très élevé, l'indice $I(\rho)$ devient proportionnel à l'écart du plus bas niveau de vie par rapport à la moyenne. Si $\rho = 1$, on donne un poids identique à chacun des écarts, soit $\omega(p;\rho = 1) \equiv 1$, ce qui donne un indice $I(\rho = 1)$ toujours nul et ce, peu importe la distribution de niveaux de vie considérée. Ainsi, ρ est un paramètre d'aversion à l'inégalité qui détermine notre éthique quant à l'écart des centiles par rapport à la moyenne pour différents rangs dans la population. En ce sens, il est similaire au paramètre d'aversion relative au risque ϵ des indices d'Atkinson discutés plus loin dans le texte. Pour ce qui est de l'indice de Gini standard, nous avons que $\rho = 2$ et donc que $\omega(p;\rho = 2) = 2\cdot(1-p)$; ainsi, en évaluant cet indice de Gini standard, le poids accordé à l'écart du niveau de vie d'un individu en particulier diminue de façon linéaire avec son rang dans la distribution des niveaux de vie. Si nous formulons le problème en termes discrets, les variables de poids $\omega(p;\rho)$ prennent alors la forme suivante :

$$\omega(p_i;\rho) \; = \; \frac{(n-i+1)^{\rho}-(n-i)^{\rho}}{n^{\rho}}. \tag{19}$$

L'indice d'inégalité S-Gini possède de belles propriétés. Premièrement, son interprétation graphique est simple puisqu'il représente une pondération de l'air sous la courbe de Lorenz. Deuxièmement, il est compris entre 0 (si tous les niveaux de vie sont égaux à la moyenne ou encore si le paramètre ρ est égal à 1) et 1 (si les niveaux de vie sont détenus par un individu unique ou bien si ρ est élevé et que le plus bas niveau de vie est près de 0). Puisque la courbe de Lorenz tend vers p lorsqu'on applique un transfert égalisateur de Pigou-Dalton, la valeur de l'indice S-Gini diminue après l'application d'un tel transfert. Dernièrement, on peut montrer que l'indice S-Gini est équivalent à la formule de covariance suivante :

$$I(\rho) = \frac{-cov\left(Q(p), \rho\,(1-p)^{(\rho-1)}\right)}{\mu} \tag{20}$$

qui simplifie son calcul puisque n'importe quel tableur ou logiciel statistique comporte ce genre de fonctions. L'indice de Gini standard est alors tout simplement ceci :

$$I(\rho=2) \; = \; \frac{2\;cov(Q(p),p)}{\mu} \tag{21}$$

qui n'est en fait qu'une simple proportion de la covariance entre les niveaux de vie et leurs rangs respectifs dans la distribution.

Une autre propriété utile de l'indice de Gini standard est qu'il est égal à la moitié de l'écart moyen normalisé par la moyenne entre tous les niveaux de vie :

$$I(\rho=2) = \frac{\int_0^1\int_0^1 |Q(p)-Q(q)|dpdq}{2\;\mu}. \tag{22}$$

Ainsi, si nous obtenons qu'un indice de Gini pour une certaine distribution de niveaux de vie est égal à 0.4, nous savons aussi que la distance moyenne entre ces niveaux de vie est de l'ordre de 80% de la moyenne. Une dernière interprétation utile de l'indice de Gini se fait en termes de privation relative moyenne, qui a été associée à un certaine forme subjective de bien-être, de protestation sociale ou revendications politiques dans les littératures sociologique et psychologique. Notons la privation relative d'un individu avec un niveau vie $Q(p)$, en le comparant avec un autre individu bénéficiant d'un niveau de vie $Q(q)$, par :

$$\delta(p,q) \; = \begin{cases} 0, \text{ si } Q(p) \geq Q(q) \\ Q(q) - Q(p), \text{ si } Q(p) < Q(q) \end{cases} . \tag{23}$$

L'espérance de la privation relative d'un individul au rang p se note alors $\bar{\delta}(p)$:

$$\bar{\delta}(p) = \int_0^1 \delta(p,q)dq \tag{24}$$

qui peut être calculée par $\delta(p) = \mu(1 - L(p)) - Q(p)(1 - p)$. Tel que nous l'avons fait pour les "déficits" plus haut, il est possible d'agréger la privation relative pour chaque centile p en les pondérant par $\kappa(p;\rho)$. Nous pouvons alors montrer que l'indice S-Gini est égal à :

$$I(\rho) = \frac{1}{\rho\;\mu} \int_0^1 \bar{\delta}(p)\kappa(p;\rho)dp. \tag{25}$$

Ainsi, l'indice S-Gini représente en même temps un indicateur de la privation relative subite par une certaine population. D'après les équations (12), (15) et (25), il est aussi égal à la valeur attendue de la privation relative de l'individu le plus pauvre d'un échantillon de $\rho - 1$ individus sélectionnés aléatoirement. Plus la valeur de ρ est grande, plus la privation relative de l'individu le plus pauvre a du poids dans le calcul de $I(\rho)$.

2.3 Bien-être social

Nous introduisons maintenant le concept de fonction de bien-être social. Comparativement au concept d'inégalité relative qui utilise les niveaux de vie relatifs à la moyenne, le concept de bien-être social nous permettra de mesurer et comparer les niveaux de vie en termes *absolus*. Comme nous le verrons, sous les mêmes conditions au sujet de la forme de la courbe des fonctions de bien-être social, les mesures d'inégalité et de bien-être social peuvent être associées et intégrées, et les outils utilisés pour les calculer sont similaires.

Les fonctions de bien-être social que nous allons considérer auront la forme suivante :

$$W = \int_0^1 U(Q(p))\omega(p)dp \tag{26}$$

Afin de simplifier la présentation, nous allons contraindre les valeurs que peut prendre $\omega(p)$ par une forme spéciale de type $\omega(p;\rho)$, définie par l'équation (14).

$U(Q(p))$ est une “fonction d'utilité” pour les niveaux de vie $Q(p)$. Le bien-être social est alors l'espérance d'utilité de l'individu le plus pauvre dans un échantillon de $(\rho - 1)$ individus.

Une première condition que nous devons imposer à la forme de W est qu'elle soit *homothétique*. Exiger que W soit homthétique est analogue à exiger que, dans le cas de la fonction d'utilité d'un consommateur, la part du budget accordée à chaque bien de consommation disponible demeure constante lorsque son revenu varie, ou encore, dans le cas d'une fonction de production, que le ratio des productivités marginales des intrants demeure constant lorsqu'on fait varier la quantité d'intrants utilisés. Pour ce qui est des mesures de bien-être social, cette propriété implique que la ratio des utilités marginales sociales de deux individus dans une population demeure constant lorsque tous les niveaux de vie varient par un même facteur[2]. Pour que (26) soit homothétique, il faut que $U(Q(p))$ soit de la forme $U(Q(p);\epsilon)$:

$$U(Q(p);\epsilon) \;=\; \begin{cases} \frac{Q(p)^{1-\epsilon}}{(1-\epsilon)}, & \text{si} \quad \epsilon \neq 1 \\ \ln Q(p), & \text{si} \quad \epsilon = 1 \end{cases} . \tag{27}$$

Ainsi, dans l'équation (26), W dépend des paramètres ρ et ϵ, et nous noterons le tout par $W(\rho,\epsilon)$.

Le fait qu'une fonction de bien-être social soit homothétique comporte un avantage : elle peut être utilisée pour mesurer l'inégalité relative, le concept le plus utilisé de toute la littérature sur la distribution des niveaux de vie. Pour voir de quoi il s'agit, définissons $\xi(\rho,\epsilon)$ comme étant les niveaux de vie également distribués, ce qui est équivalent, en termes de bien-être social, à la distribution actuelle des niveaux de vie (on parlera aussi de ξ comme étant le niveau de vie EDE). Implicitement, $\xi(\rho,\epsilon)$ se définit comme suit :

$$\int_0^1 U\left(\xi(\rho,\epsilon);\epsilon\right)\;\omega(p;\rho)\;dp \;=\; \int_0^1 U(Q(p);\epsilon)\;\omega(p;\rho)\;dp. \tag{28}$$

Puisque $\int_0^1 \omega(p;\rho)dp = 1$, $\xi(\rho,\epsilon)$ doit être tel que :

$$U\left(\xi(\rho,\epsilon);\epsilon\right) = \int_0^1 U(Q(p);\epsilon)\omega(p;\rho)dp \tag{29}$$

ou encore :

$$\xi(\rho,\epsilon) = U_\epsilon^{-1}\left(\int_0^1 U_\epsilon(Q(p))\omega(p;\rho)dp\right) = U_\epsilon^{-1}\left(W(\rho,\epsilon)\right) \tag{30}$$

où $U_\epsilon^{-1}(\cdot)$ est l'inverse de la fonction d'utilité :

[2]L'utilité marginale sociale d'un niveau de vie $Q(p)$ est donnée par $\partial W/\partial Q(p)$.

$$U_{\epsilon}^{-1}(x) = \begin{cases} (1-\epsilon)s^{\frac{1}{1-\epsilon}}, & \text{si} \quad \epsilon \neq 1, \\ \exp(x), & \text{si} \quad \epsilon = 1, \end{cases} . \tag{31}$$

L'indice d'inégalité I qui correspond à la fonction de bien-être social W se définit alors comme étant la distance entre le niveau de vie EDE et le niveau moyen de niveau de vie, exprimé en termes de proportion à la moyenne :

$$I = \frac{\mu - \xi}{\mu} = 1 - \frac{\xi}{\mu}. \tag{32}$$

En utilisant la forme $W(\rho, \epsilon)$ avec $\xi(\rho, \epsilon)$, ça nous donne $I(\rho, \epsilon)$. Exprimée de cette manière, l'inégalité peut avoir une interprétation intéressante : elle mesure la différence entre le niveau moyen de niveau de vie actuel et le niveau de vie nécessaire (et plus faible que la moyenne μ) pour atteindre ce même niveau de bien-être si tous les niveaux de vie étaient également distribués parmi la population. Cette différence étant exprimée en termes de proportion de la moyenne des niveaux de vie, I donne alors la proportion *per capita* de niveaux de vie qui est gaspillée en termes sociaux en raison d'une distribution inégale. La société dans son ensemble aurait un niveau de bien-être agrégé supérieur advenant une distribution plus égale par une simple proportion $1 - I$ du niveau de vie agrégé. On peut donc interpréter I comme étant un indicateur monétaire du coût social de l'inégalité.

2.3.1 L'indice d'Atkinson

Deux cas particuliers de $W(\rho, \epsilon)$ sont intéressants dans le domaine de l'inégalité relative et du bien-être social. Le premier cas est celui où le rang des niveaux de vie est sans importance pour le calcul du bien-être social : on l'obtient en fixant ρ à 1, et ça nous donne la fonction de bien-être social additif d'Atkinson, $W(\epsilon)$:

$$W(\epsilon) = W(\rho = 1, \epsilon) = \int_0^1 U\left(Q(p); \epsilon\right)\ dp. \tag{33}$$

La fonction de bien-être social d'Atkinson a souvent été considérée comme une fonction utilitariste, où $U(Q(p); \epsilon)$ est une fonction d'utilité individuelle démontrant la propriété de l'utilité marginale du revenu qui est croissante, et où $U(Q(p); \epsilon)$ correspond à une évaluation sociale concave d'une fonction d'utilité individuelle concave du revenu. Toutefois, on peut prétendre "qu'il est assez restrictif de penser additionner le bien-être social individuel pour en obtenir qu'un seul", et que "la valeur du bien-être individuel au niveau social devrait dépendre assurément du niveau de bien-être (ou de revenu) des autres individus" (Sen 1973, p.30 et 41). La forme non-contrainte de $W(\rho, \epsilon)$ permet une telle inter-dépendance et elle est alors plus flexible que la forme additive d'Atkinson. À la lumière de ce qui vient d'être dit, il est également possible d'interpréter $W(\rho,\epsilon)$ comme l,utilité attendue de l,individu le plus pauvre d'un groupe de ρ individus sélectionnés aléatoirement. Cette dernière interprétation de la fonction $W(\rho,\epsilon)$ confirme pourquoi elle n'est pas additive ou séparable en bien-être individuel : le poids du bien-être social sur l'utilité individuelle $U(Q(p);\epsilon)$ dépend du rang p de l'individu dans la distribution des niveaux de vie.

Par (30) et (32), l'indice d'Atkinson s'écrit donc comme suit :

$$I(\epsilon)=I(\rho=1,\epsilon)=\begin{cases} 1-\dfrac{\left(\int_0^1 Q(p)^{(1-\epsilon)}dp\right)^{\frac{1}{1-\epsilon}}}{\mu}, & \text{si} \quad \epsilon\neq 1, \\ 1-\dfrac{\exp\left(\int_0^1 \ln(Q(p))dp\right)}{\mu}, & \text{si} \quad \epsilon=1. \end{cases} \tag{34}$$

On dit que les indices d'Atkinson montrent une aversion à l'inégalité relative qui est constante, puisque l'élasticité de $U^{(1)}(Q(p);\epsilon)$ par rapport à $Q(p)$ est constante et égale à ϵ :

$$\frac{Q(p)\;U^{(2)}(Q(p);\epsilon)}{U^{(1)}(Q(p);\epsilon)}=\epsilon. \tag{35}$$

2.3.2 L'indice S-Gini

Le deuxième cas spécial est obtenu lorsque les fonctions d'utilité $U(Q(p);\epsilon)$ sont linéaires dans les niveaux de vie, et donc lorsque $\epsilon=0$. Ça nous donne la classe de fonctions de bien-être social S-Gini, sur lesquelles les indices d'inégalité S-Gini se basent :

$$W(\rho)=W(\rho,\epsilon=0)=\int_0^1 Q(p)\omega(p;\rho)\,dp. \tag{36}$$

Le bien-être social est alors le niveau de vie attendu de l'individu le plus pauvre d'un groupe de ρ individus sélectionnés aléatoirement. D'après (30), il est également égal au niveau de vie EDE. Ainsi, les indices d'inégalité sont donnés par :

$$I(\rho,\epsilon=0) \;=\; 1-\frac{\int_0^1 Q(p)\omega(p;\rho)dp}{\mu} \tag{37}$$

$$\;=\; \frac{\int_0^1(\mu-Q(p))\omega(p;\rho)dp}{\mu} \tag{38}$$

puisque nous pouvons constater que (16) est la même chose qu'un indice S-Gini $I(\rho)$. Donc, le bien-être social et le niveau de vie EDE sont égaux au niveau de vie *per capita* corrigé par la privation relative de chacun de ces niveaux de vie :

$$W(\rho) \;=\; \mu-\frac{1}{\rho}\int_0^1 \bar{\delta}(p)\kappa(p;\rho)dp. \tag{39}$$

Une courbe utile à l'analyse du niveau de vie absolu est la courbe de Lorenz généralisée. Nous la noterons $GL(p)$ et elle se définit comme suit :

$$GL(p) = \mu \cdot L(p). \tag{40}$$

La courbe de Lorenz généralisée possède les même attributs que la courbe de Lorenz conventionnelle, sauf que les niveaux de vie ne sont pas normalisés par la moyenne. D'après (13), (32) et (36), nous pouvons constater que la courbe de Lorenz généralisée possède une autre propriété graphique intéressante, associée à l'indice de bien-être social S-Gini :

$$W(\rho) = \int_0^1 GL(p)\kappa(p;\rho)dp. \tag{41}$$

2.4 L'indice d'inégalité décomposable

Un objectif souvent rencontré est l'explication de l'inégalité agrégée pour une certaine distribution en décomposant cette même inégalité en termes de groupes socio-économiques (inégalité "intra-groupe" et inégalité "inter-groupes"). Une classe d'indices d'inégalité relative s'avérant utile pour ce genre de tâche est la classe d'indices d'inégalité décomposable. Nous pourrions leur donner une justification en termes de fonctions de bien-être social, mais cet exercice serait moins intuitif que dans le cas des classes d'indices d'inégalité considérées jusqu'à présent. Pour simplifier le tout, nous pouvons exprimer ces indices d'inégalité décomposable comme étant des indices généralisés d'entropie, $I(\theta)$, définis de la manière suivante :

$$I(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta(\theta-1)}\left(\int_0^1 \left(\frac{Q(p)}{\mu}\right)^\theta dp - 1\right), & \text{si } \theta \neq 0,1 \\ \int_0^1 log\left(\frac{\mu}{Q(p)}\right)dp, & \text{si } \theta = 0 \\ \int_0^1 \frac{Q(p)}{\mu} log\left(\frac{Q(p)}{\mu}\right) dp, & \text{si } \theta = 1 \end{cases} \tag{42}$$

À ce sujet, il serait intéressant de soulever quelques cas particuliers de (42). Premièrement, si nous remplaçons θ par $1-\epsilon$ (avec $\theta \leq 1$), $I(\theta)$ est équivalent à la famille des indices d'Atkinson. Ceci veut dire que si l'utilisation de l'indice d'Atkinson $I(\epsilon)$ démontre une plus grande inégalité dans une distribution A que dans une distribution B ($I_A(\epsilon) > I_B(\epsilon)$), alors l'indice $I(\theta)$ avec $\theta = 1-\epsilon$ démontrera aussi une plus d'inégalité en A qu'en B (($I_A(\theta) > I_B(\theta)$). Deuxièmement, si $I(\theta = 0)$ représente l'écart logarithmique moyen, $I(\theta = 1)$ donne alors l'indice d'inégalité de Theil, et $I(\theta = 2)$ est la moitié du carré du coefficient de variation.

Supposons qu'il soit possible de décomposer la population en K sous groupes mutuellement exclusifs, $k = 1, ..., K$. Les indices de la même forme que (42) peuvent donc être décomposés de la manière suivante :

$$I(\theta) \;=\; \underbrace{\sum_{k=1}^{K} \phi(k) \left(\frac{\mu(k)}{\mu}\right)^{\theta} I(k;\theta)}_{\substack{\text{inégalité} \\ \text{intra-groupe}}} + \underbrace{\bar{I}(\theta)}_{\substack{\text{inégalité} \\ \text{inter-groupes}}} \tag{43}$$

où $\phi(k)$ est la part de population qui se trouve dans le sous groupe k, $\mu(k)$ le niveau de vie moyen de ce même sous groupe k, et $I(k;\theta)$ en est la mesure d'inégalité. Le premier terme dans l'équation (43) peut être interprété comme étant la somme pondérée des inégalités intra-groupe. $\bar{I}(\theta)$ est l'inégalité totale, ou agrégée, si chacun des individus du sous groupe k détient le niveau de vie moyen $\mu(k)$ de son propre sous groupe (l'inégalité intra-groupe est donc éliminée) : nous pouvons donc l'interpréter comme étant la contribution des inégalités inter-groupes à l'inégalité totale. Toutefois, il n'y a que lorsque $\theta = 0$ que les contributions des inégalités intra-groupe ne dépendent pas du niveau de vie moyen dans ces groupes ; les termes $I(k;\theta)$ sont alors pondérés strictement par la population elle-même. Autrement, les inégalités intra-groupe sont pondérées par des variables de poids qui dépendent du niveau de vie moyen dans chacun des K sous groupes.

3 Les mesures de pauvreté

3.1 Pauvreté agrégée

Deux approches sont utilisées pour générer des indices de pauvreté agrégée. La première utilise le concept de niveau de vie également distribué (EDE) d'une société pour laquelle les niveaux de vie ont été censurés par un seuil de pauvreté, et le compare à ce même seuil de pauvreté. La deuxième combine seuil de pauvreté et niveaux de vie pour ne faire que des fossés de pauvreté, et les agrègent par la suite en fonctions qui s'apparentent aux fonctions de bien-être social. Dans ce qui suit, nous allons approfondir ces deux approches.

3.1.1 L'approche EDE

Pour pouvoir construire des indices de pauvreté avec l'approche EDE, nous n'avons besoin que de la distribution des niveaux de vie $Q(p)$. Afin d'effectuer des comparaisons, nous voulons nous concentrer sur les niveaux de vie qui sont inférieurs à un seuil de pauvreté. Les niveaux de vie $Q(p)$ sont donc censurés par ce même seuil de pauvreté z, ce qui donne $Q^*(p;z)$. Les niveaux de vie ainsi censurés sont par la suite agrégés par une des nombreuses fonctions de bien-être social qui ont été proposées dans la littérature. Un indice de pauvreté en découle par la différence entre le seuil de pauvreté et le niveau de vie EDE. Par exemple, pour la fonction de bien-être social proposée à la section 2.3, la classe suivante d'indices de pauvreté est générée :

$$P(z;\rho,\epsilon) = z - \xi^*(z;\rho,\epsilon) \tag{44}$$

où $\xi^*(\rho,\epsilon)$ est le niveau de vie EDE de la distribution des niveaux de vie censurés $Q^*(p;z)$ et où l'on doit avoir que $\rho \geq 1$ et $\epsilon \geq 0$ pour que le principe des transferts de Pigou-Dalton soit respecté. $P(z;\rho,\epsilon)$ peut alors être interprété comme étant le fossé EDE de pauvreté ou encore le fossé "socialement représentatif".

Des exemples de tels indices de pauvreté seraient la transformation de la deuxième classe d'indices de Clark, Hemming et Ulph's (CHU), que l'on note par $P(z;\epsilon) = P(z;\rho = 1,\epsilon)$:

$$P(z;\epsilon) = \begin{cases} z - \left(\int_0^1 Q^*(p;z)^{(1-\epsilon)}dp\right)^{\frac{1}{1-\epsilon}}, & \text{si} \quad \epsilon \neq 1, \\ z - \exp\left(\int_0^1 \ln(Q^*(p;z))dp\right), & \text{si} \quad \epsilon = 1. \end{cases} \tag{45}$$

Les indices CHU sont alors étroitement reliés aux indices d'inégalité et fonctions de bien-être social d'Atkinson. Si $\epsilon = 1$, l'indice de pauvreté CHU est équivalent au fossé de pauvreté EDE correspondant à l'indice de pauvreté de Watts, qui est défini ainsi :

$$PW(z) = \int_0^1 \ln\left(\frac{z}{Q^*(p;z)}\right) dp. \quad (46)$$

Si $0 \leq \epsilon \leq 1$, l'indice CHU correspond au fossé de pauvreté EDE qui découle de la classe d'indices de pauvreté proposés par Chakravarty :

$$PC(z;\epsilon) = 1 - \int_0^1 \left(\frac{Q^*(p;z)}{z}\right)^{1-\epsilon} dp,\ 0 \leq \epsilon \leq 1. \quad (47)$$

De plus, si on contraint ϵ à 0 pour la classe d'indices définie en (44), nous obtenons la classe d'indices de pauvreté S-Gini :

$$P(z;\rho) = P(z;\rho,\epsilon = 0) = z - \int_0^1 Q^*(p;z)\omega(p;\rho)dp. \quad (48)$$

$P(z;\rho = 2)$ est mieux connu sous le nom d'indice de pauvreté de Thon-Chakravarty-Shorrocks (on peut également y faire référence en tant qu'indice de pauvreté de "Gini", tout simplement).

3.1.2 L'approche du fossé de pauvreté

La deuxième approche n'utilise que la distribution des fossés de pauvreté pour agrégér cette dernière, soit $g(p;z) = z - Q^*(p;z)$. Une fois cette distribution connue, tous les éléments nécessaires à l'agrégation de la pauvreté sont présents. Ce faisant, cette technique de construction d'indices de pauvreté est plus restrictive et contraint plus la forme que devront prendre ces mêmes indices que ne le fait l'approche EDE. Après avoir calculé la distribution des fossés de pauvreté, nous devons utiliser des fonctions semblables à celle de la section 2.3 pour procéder à l'agrégation. Cependant, contrairement aux fonctions de bien-être social où nous souhaitons normalement l'amélioration du niveau de vie d'un individu pour améliorer le bien-être social agrégé, nous allons souhaiter que l'indice de pauvreté soit *décroissant* en fossés de pauvreté. De plus, là où un transfert égalisateur de Pigou-Dalton augmenterait normalement la valeur de la fonction de bien-être social, nous allons souhaiter que l'indice de pauvreté décroisse lorsqu'un tel transfert sera appliqué parmi les individus pauvres.

Une classe d'indices obéissant à ces axiomes est mieux connue sous le nom d'indices de Foster-Greer-Thorbecke (FGT), et on les définit ainsi :

$$P(z;\alpha) = \int_0^1 g(p;z)^\alpha dp \quad (49)$$

où $\alpha \geq 0$. Si $\alpha = 0$, l'indice FGT se réduit au plus simple exemple d'un indice de pauvreté. Il n'est alors qu'un simple indice numérique de pauvreté, puisqu'il représente la proportion d'individus pauvres (ceux dont le fossé de pauvreté est positif) parmi une population, $F(z)$. Un autre indice des plus simples et des plus utilisés, $\mu^g(z)$, se trouve à être le fossé moyen de pauvreté, $P(z; \alpha = 1)$, qui n'est rien d'autre que la moyenne des manques à gagner (en termes de revenu) par rapport au seuil de pauvreté :

$$\mu^g(z) = P(z; \alpha = 1) = \int_0^1 g(p; z)dp. \tag{50}$$

D'autres indices de fossés de pauvreté peuvent être proposés, en utilisant tout simplement d'autres fonctions pour agréger les fossés de pauvreté qui obéissent à certains axiômes discutés un peu partout dans la littérature (tels que la croissance et la convexité en fossés de pauvreté). L'interprétation de la valeur d'un indice de fossés de pauvreté tel que (49) peut par contre être problématique lorsque $\alpha \neq 0, 1$). Par exemple, que représente $P(z; \alpha = 2)$? Heureusement, à partir de ces mêmes indices, il est généralement possible et utile de calculer un fossé de pauvreté EDE. Ce dernier nous fournit une mesure monétaire de pauvreté qui peut facilement être comparé à d'autres valeurs provenant d'autres indices. Tel que nous le verrons, il permet aussi de déterminer l'impact de l'inégalité des fossés de pauvreté sur le niveau de pauvreté lui-même. Pour ce qui est de l'indice FGT, par exemple, le fossé de pauvreté EDE se définit comme suit (avec $\alpha > 0$) :

$$\xi^g(z; \alpha) = [P(z; \alpha)]^{1/\alpha} .. \tag{51}$$

À part le fait qu'il soit de la forme d'un fossé de pauvreté EDE, l'indice de pauvreté S-Gini possède la propriété d'être un indice de fossé de pauvreté. En fait, d'après (48), nous avons nécessairement que :

$$P(z; \rho) = \int_0^1 g(p; z)\omega(p; \rho)dp \tag{52}$$

3.2 L'indice de pauvreté décomposable selon les groupes

Dans le passé, une majeure partie de la littérature sur la construction d'indices de pauvreté s'est concentrée à déterminer si les indices étaient décomposables à travers les sous groupes de population. C'est ce qui a mené à l'identification d'un sous groupe d'indices de pauvreté connu sous le nom de "classe d'indices de pauvreté décomposables". Ces indices possèdent la propriété de pouvoir être exprimés comme une somme pondérée (de manière plus générale, comme une fonction séparable) d'indices de pauvreté calculés à travers tous les sous groupes de population. La plupart du temps, les indices utilisés sont ceux de FGT et de Chakravarty ainsi que l'indice de Watts.

Divisons la population en K sous groupes mutuellement exclusifs, où $\phi(k)$ est la part de la population qui se retrouve dans le sous groupe k. Dans le cas de l'indice FGT, nous avons que :

$$P(z;\alpha) \;=\; \sum_{k}^{K} \phi(k) P(k;z;\alpha) \tag{53}$$

où $P(k;z;\alpha)$ est l'indice de pauvreté FGT du sous groupe k. Les indices de Watts et de Chakravarty s'utilisent exactement de la même manière qu'en (53) pour construire un indice décomposable.

3.3 Pauvreté et inégalité

Le fait d'exprimer les indices de pauvreté sous la forme de fossés de pauvreté EDE rend possible la séparation de l'impact du niveau moyen de pauvreté et celui de l'inégalité des niveaux de vie sur l'indice de pauvreté. Soit $\xi^g(z)$, le fossé de pauvreté EDE et $\Xi^g(z)$, le coût de l'inégalité sur le niveau de pauvreté. Alors, nous avons que :

$$\xi^g(z) - \mu^g(z) = \Xi^g(z). \tag{54}$$

Par exemple, pour l'indice FGT, ça nous donne la chose suivante :

$$\Xi^g(z;\alpha) = \xi^g(z;\alpha) - \mu^g(z). \tag{55}$$

Si $\alpha = 1$, l'inégalité des fossés de pauvreté n'est pas considérée en mesurant la pauvreté. Ainsi, le coût de l'inégalité sur la pauvreté est nul : $\Xi^g(z;\alpha = 1) = 0$. Avec $\alpha > 1$, $\Xi^g(z;\alpha)$ est positif, mais avec $0 < \alpha < 1$, nous avons que $\Xi^g(z,\alpha) < 0$ puisque (*ceteris paribus*) plus l'inégalité est gande, *moins* la pauvreté sera grande. $\xi^g(z;\alpha)$ et $\Xi^g(z;\alpha)$ sont tous deux croissants en α : plus α est grand, plus le coût de l'inégalité des fossés de pauvreté sera grand dans le calcul du niveau agrégé de pauvreté. Nous pouvons alors interpréter α comme un paramètre d'aversion à l'inégalité dans la mesure de la pauvreté.

Une décomposition semblable est possible en utilisant (44) avec le niveau de vie censuré EDE. Le fossé de pauvreté EDE qui découle de cette approche se définit alors comme suit :

$$\begin{aligned} z - \xi^*(z;\rho,\epsilon) &= z - \mu^*(z)(1 - I^*(z;\rho,\epsilon)) \\ &= \mu^g(z) + \Xi^*(z;\rho,\epsilon) \end{aligned} \tag{56}$$

où $\Xi^*(z;\rho,\epsilon) = \mu^*(z) \cdot I^*(z;\rho,\epsilon)$ est le coût de l'inégalité dans les niveaux de vie censurés et où $I^*(z;\rho.\epsilon)$ est l'indice d'inégalité dans ces mêmes niveaux de vie censurés.

3.4 L'indice de pauvreté S-Gini

Rappelons d'abord que les fossés de pauvreté se notent $g(p;z) = z - Q^*(p;z)$. Une courbe utile aux mesures et comparaisons de pauvreté est appelée courbe cumulative des Fossés de Pauvreté (CPG, pour "Cumulative Poverty Gap Curve"). Parfois, on y fait référence en tant qu'inverse de la courbe de Lorenz généralisée, ou courbe de profil de pauvreté :

$$G(p;z) = \int_0^p g(q;z)dq. \tag{57}$$

Cette courbe additionne les fossés de pauvreté à partir de la plus basse valeur de p. Pour les comparaisons de pauvreté, la courbe CPG se voit porter le même intérêt que la courbe de Lorenz et la courbe de Lorenz généralisée pour les analyses d'inégalité et de bien-être social. Sa pente en p donne le fossé de pauvreté $g(p;z)$ pour ce centile, sa distance de la droite de parfaite égalité des fossés de pauvreté indique l'importance de l'inégalité des fossés de pauvreté dans la population, sa convexité indique la densité des fossés pour différents centiles, etc... $G(p=1;z)$ est égal au fossé de pauvreté moyen, et le centile pour lequel $G(p;z)$ devient horizontal (donc lorsque $g(p;z)$ est nul) donne la cumulative de la pauvreté, $F(z)$. Lorsque pondérée par $\kappa(p;\rho)$, la surface sous la courbe FPC se trouve en fait à générer la classe d'indices de pauvreté S-Gini :

$$P(z;\rho) = \int_0^1 G(p;z)\kappa(p;\rho)dp. \tag{58}$$

Si $P(z;\rho=1)$ est le fossé moyen, $\mu^g(z)$, $P(z;\rho=2)$ est l'indice de pauvreté correspondant à l'indice d'inégalité de Gini, et l'indice de pauvreté de Sen s'écrit alors sous la forme suivante :

$$\frac{P(z;\rho=2)}{F(z)\cdot z}. \tag{59}$$

Une propriété intéressante de l'indice $P(z;\rho)$ est son lien avec les privations relative et absolue. Soit la privation absolue $AD(z)$, équivalant au manque à gagner moyen en termes de revenu par rapport au seuil de pauvreté, $\mu^g(z)$. La privation relative pour les niveaux de vie censurés au centile p s'écrit comme suit :

$$\bar{\delta}^*(p;z) = \int_p^1 (Q^*(q;z) - Q^*(p;z))dq. \tag{60}$$

La privation relative moyenne à travers toute la population est alors :

$$RD(z;\rho) \ = \ \int_0^1 \bar{\delta}^*(p;z)\kappa(p;\rho)dp. \tag{61}$$

Il est alors possible de montrer que :

$$P(z;\rho) = AD(z) + RD(z,\rho). \tag{62}$$

Plus la valeur de ρ est élevée, plus la privation relative l'est aussi, et plus $P(z;\rho)$ est grand, et plus la contribution de la privation relative est grande dans le calcul de l'inégalité et de la pauvreté. Il s'agit là d'une autre manière d'exprimer l'impact de l'inégalité sur la pauvreté.

3.5 La normalisation des indices de pauvreté

La plupart des indices de pauvreté introduits plus haut ne l'ont pas été dans la littérature sous forme normalisée, c'est-à-dire en divisant les niveaux de vie censurés et les fossés de pauvreté par un seuil de pauvreté. L'indice FGT, par exemple, s'exprime généralement sous la forme suivante :

$$\bar{P}(z;\alpha) = \int_0^1 \left(\frac{z - Q^*(p)}{z}\right)^\alpha dp. \tag{63}$$

La normalisation des indices de pauvreté n'amène rien d'essentiel et ne fait que très peu de différence quant à la présentation des analyses de pauvreté lorsque les distributions de niveaux de vie qui sont comparées possèdent des seuils de pauvreté identiques. Normaliser un indice de pauvreté par un seuil de pauvreté oblige le fossé de pauvreté EDE à être compris entre 0 et 1, tout en rendant cet indice insensible et indépendant des unités monétaires (e.g., dollars, francs ou cents) utilisés dans le calcul des niveaux de vie, et laissera cet indice invariant suite à une variation équi-proportionnelle de tous les niveaux de vie de la distribution ainsi que du seuil de pauvreté. C'est particulièrement utile si les seuils de pauvreté calculés ont à être interprétés comme indices de prix, et utilisés pour comparer les niveaux de vie nominaux à travers le temps et l'espace (les indices de prix convertissent les revenus nominaux en revenus réels selon une année de référence). Nous pouvons alors faire référence aux indices de pauvreté normalisée comme étant des indices de “pauvreté relative”. Les indices FGT et d'autres indices de fossés qui ne sont pas normalisés sont pour leur part appelés indices de “pauvreté absolue” puisque n'importe quel changement appliqué à tous les niveaux de vie et au seuil de pauvreté n'affectera pas leur valeur.

Si les seuils de pauvreté varient d'une distribution à l'autre, et si ceux-ci n'agissent pas seulement à titre d'indices de prix, la normalisation des indices de pauvreté par ces seuils peut devenir problématique, et peut facilement être critiquée. C'est le cas, par exemple, si nous sommes intéressés par la comparaison des manques à gagner absolus des niveaux de vie réels par rapport à un seuil de pauvreté réel, lorsque ces même seuils réels varient à même la population ou ses sous groupes. Les exemples peuvent venir aussi d'une situation où l'on compare la pauvreté entre des familles de tailles et de compositions différentes, ou en comparant des pays avec des seuils de pauvreté définis de manière différente par la structure sociale ou culturelle.

Pour mieux constater le tout, considérons l'exemple qui suit, où tous les niveaux de vie et seuils de pauvreté sont exprimés en termes réels (ajustés pour les différences dans le coût de la vie). Dans le pays A, le seuil de pauvreté est \$1,000, et une personne pauvre i jouit d'un niveau de vie de \$500. En raison de différences sur le plan culturel, social ou économique, le seuil de pauvreté pour le pays B est plus élevé et est égal à \$2,000, et une personne j est considérée pauvre si elle bénéficie d'un niveau de vie de \$1,100. Qui de i ou j est la plus pauvre ? Si nous construisons les indices de pauvreté avec la vision relative, i sera considérée la plus pauvre puisqu'elle est plus loin du seuil de pauvreté que ne l'est j (en proportion de leur seuil de pauvreté respectif). Si, par contre, nous utilisons la vision absolue, j sera considérée la plus pauvre puisque son fossé de pauvreté absolue (\$900) est de loin supérieur à celui de i (\$500).

3.6 Décomposition des différences en matière de pauvreté

3.6.1 Décomposition de la redistribution de la croissance

Il est souvent utile de déterminer si l'évolution de la pauvreté à travers le temps est imputable à la croissance du revenu moyen ou encore à une variation dans les parts relatives de revenus des différentes couches de la population. Du même coup, cela nous permet de voir si l'impact de ces deux derniers facteurs, changements de revenu moyen et distributifs, vont dans le même sens ou non à travers le temps lorsque nous évaluons la pauvreté. Également, nous pouvons déterminer si les différences de niveau de pauvreté entre les pays sont dues à des différences dans l'inégalité ou dans le niveau moyen de revenu.

Pour ce faire, plusieurs moyens nous sont disponibles. Cependant, tous sont aux prises à la base avec le même problème, celui que la littérature sur la comptabilité nationale appelle le “problème indiciel”. Supposons que nous ayions les données d'un ménage sur deux périodes, A et B. Pour évaluer l'impact sur le niveau de pauvreté de la différence du revenu moyen entre A et B, devrions-nous utiliser les parts relatives provenant de la distribution en A ou en B ? De la même manière, pour déterminer l'impact sur le niveau de pauvreté de la différence des parts relatives de revenu entre A et B, est-ce que le revenu moyen en A est mieux que celui en B ?

Jusqu'à ce jour, l'approche la plus utilisée a été celle de Datt et Ravallion (1992), qui utilise la distribution initiale comme point de référence pour l'évaluation de l'impact des changements du revenu moyen et de la distribution sur la pauvreté. Pour le constater, il est plus simple d'utiliser l'indice FGT normalisé $\bar{P}(z;\alpha)$ défini en (63), bien que n'importe quel indice de pauvreté, additif ou non, pourrait être utilisé avec cette méthodologie. Ainsi, le changement dans la pauvreté entre A et B peut être exprimé comme la somme d'un effet de "croissance" (changement du revenu moyen), d'un effet "distributif" (changement des parts relatives de revenus) et d'un terme d'erreur provenant du "probléme indiciel" mentionné ci-haut :

$$\begin{aligned}&\bar{P}_B\left(z;\alpha\right)-\bar{P}_B\left(z;\alpha\right)\\&=\underbrace{\left(\bar{P}_A\left(\frac{z\mu_A}{\mu_B};\alpha\right)-\bar{P}_A\left(z;\alpha\right)\right)}_{\text{effet de croissance}}+\underbrace{\left(\bar{P}_B\left(\frac{z\mu_B}{\mu_A};\alpha\right)-\bar{P}_A\left(z;\alpha\right)\right)}_{\text{effet distributif}}+\text{terme d'erreur}.\end{aligned} \tag{64}$$

Le terme d'erreur est égal à

$$\bar{P}_B\left(z;\alpha\right)+\bar{P}_A\left(z;\alpha\right)-\bar{P}_B\left(\frac{z\mu_B}{\mu_A};\alpha\right)-\bar{P}_A\left(\frac{z\mu_A}{\mu_B};\alpha\right). \tag{65}$$

Il est possible de démontrer que ce terme d'erreur est - et peut être interprété comme étant - soit la différence entre l'effet de croissance utilisant B comme distribution de référence et celui utilisant A,

$$\bar{P}_B\left(z;\alpha\right)-\bar{P}_B\left(\frac{z\mu_B}{\mu_A};\alpha\right)-\left(\bar{P}_A\left(\frac{z\mu_A}{\mu_B};\alpha\right)-\bar{P}_A\left(z;\alpha\right)\right), \tag{66}$$

ou bien la différence entre l'effet distributif utilisant B comme distribution de référence et celui utilisant A,

$$\bar{P}_B\left(z;\alpha\right)-\bar{P}_A\left(\frac{z\mu_A}{\mu_B};\alpha\right)-\left(\bar{P}_B\left(\frac{z\mu_B}{\mu_A};\alpha\right)-\bar{P}_A\left(z;\alpha\right)\right). \tag{67}$$

3.6.2 Décomposition démographique et sectorielle des différences dans les indices FGT

L'équation (53) montre que la pauvreté peut être exprimée comme étant une somme de contributions à la pauvreté provenant de différents sous-groupes formant une population. Chaque sous-groupe contribue à la pauvreté totale en proportion de son propre niveau de pauvreté et de sa part relative dans la population.

Ainsi, nous devrions exprimer les changements de pauvreté à travers le temps, ou entre différentes entités, comme étant une fonction de différences dans ces facteurs. Plus précisément, les différences de pauvreté entre distributions pourraient être attribuées à des différences entre leurs compositions démographique et sectorielle, ou au fait que les compositions démographique et sectorielle ne font pas face au même niveau de pauvreté d'une distribution à une autre. Nous pouvons exprimer ceci de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
&\bar{P}_B(z;\alpha) - \bar{P}_A(z;\alpha) \\
&\quad = \textstyle\sum_k^K \underbrace{\phi_A(k)\left(\overline{P}_B(k;z;\alpha) - \overline{P}_A(k;z;\alpha)\right)}_{\text{effets de pauvreté intra-groupe}} \\
&\quad + \textstyle\sum_k^K \underbrace{\overline{P}_A(k;z;\alpha)\left(\phi_B(k) - \phi_A(k)\right)}_{\text{effets démographique et sectoriel}} \\
&\quad + \underbrace{\sum_k^K \left(\overline{P}_B(k;z;\alpha) - \overline{P}_A(k;z;\alpha)(\phi_B(k) - \phi_A(k))\right)}_{\text{terme d'interaction}}.
\end{aligned} \tag{68}$$

Remarquez que la décomposition en (68) est victime du même problème indiciel que celui rencontré plus tôt en (64). Par exemple, on pourrait préférer utiliser $\phi_B(k)$ plutôt que $\phi_A(k)$ pour calculer les effets de pauvreté intra-groupe. Selon le contexte, la décomposition en (68) pourrait servir à démontrer, par exemple, jusqu'à quel point les variations de la taille et de la pauvreté de certains secteurs de l'économie affectent les variations de pauvreté totale entre des économies à structures sectorielles différentes, jusqu'à quel point les différences dans la taille et la pauvreté de certains groupes démographiques particuliers expliquent les différences de pauvreté entre sociétés, ou comment la migration et la pauvreté différencielle entre régions affectent les changements de pauvreté à travers le temps, *etc*.

3.6.3 L'impact des changements démographiques

Une utilité alternative de la décompostition en (53) est de calculer l'impact d'un changement (d'un pourcentage donné) de la proportion de la population d'un certain group k, accompagné d'un changement de la proportion des autres groupes qui vient le contrebalancer parfaitement. Soit la proportion de la population d'un group t, $\phi(t)$, qui augmente d'une proportion pc jusqu'à $\phi(t)(1+pc)$, avec une diminution proportionnelle de la proportion des autres groupes dans la population de $\phi(u)$ à $\phi(u)\left(1-\phi(t)pc/\left(1-\sum_{k\neq t}\phi(k)\right)\right)$. L'impact net de ce changement sur la pauvreté est alors

$$\Delta P(z;\alpha) = \left(P(t;z;\alpha) - \sum_{k\neq t} \phi(k) P(k;z;\alpha) \right) \frac{\phi(t)}{1-\phi(t)} pc. \qquad (69)$$

Si la proportion d'un groupe t dans la population augmente plutôt d'un niveau absolu pc à $\phi(t)+pc$, accompagnée d'une diminution de la part des autres groupes dans la population en proportion de leurs parts initiales (de $\phi(u)$ à $\phi(u)\left(1-pc/\left(1-\sum_{k\neq t}\phi(k)\right)\right)$), le changement dans la pauvreté qui est découle est alors donné par

$$\Delta P(z;\alpha) = \left(P(t;z;\alpha) - \sum_{k\neq t} \phi(k) P(k;z;\alpha) \right) \frac{pc}{1-\phi(t)}. \qquad (70)$$

4 Dominance en pauvreté

La principale raison pour laquelle les analyses de dominance en pauvreté sont effectuées est que les comparaisons de pauvreté à travers le temps, l'espace, les groupes socio-démographiques ou les régimes fiscaux peuvent être sensibles aux choix d'indices et de seuils de pauvreté. C'est problématique puisqu'un choix différent d'indices ou de seuils de pauvreté pourrait inverser, par exemple, la conclusion d'une étude voulant que la pauvreté soit plus importante dans une région A que dans une région B, ou encore que la pauvreté diminuera suite à un programme d'ajustement macroéconomique ou d'une modification à la politique fiscale. Une telle sensibilité nous oblige à nous assurer que nos classements de pauvreté ainsi générés sont robustes à nos choix de seuils et d'indices.

Tester la dominance en pauvreté nous permet donc de nous assurer que nos comparaisons de pauvreté sont nécessairement valides pour plusieurs classes d'indices de pauvreté, tout en l'étant pour une série de seuils. Ces classes sont définies pour des ordres spécifiques s de dominance stochastique. Dans notre cas, nous allons seulement nous concentrer sur les classes d'indices de pauvreté additive notées $\Pi^s(z)$. Ces indices $P(z)$ peuvent être exprimés sous la forme suivante :

$$P(z) = \int_0^1 \pi(Q(p); z)\; dp \tag{71}$$

où z est un seuil de pauvreté. Afin de simplifier la présentation, supposons que $\pi(Q(p); z)$ est dérivable en tout point $Q(p)$ situé entre 0 et z, selon l'ordre approprié. Nous allons noter la dérivée d'ordre i de $\pi(Q(p); z)$ par rapport à $Q(p)$ par $\pi^{(i)}(Q(p); z)$. Nous pouvons voir la fonction $\pi(Q(p); z)$ comme étant la contribution d'un individu avec un niveau de vie $Q(p)$ à la pauvreté agrégée $P(z)$. Ainsi, nous pouvons supposer que $\pi(Q(p); z) = 0$ si $Q(p) > z$.

La première classe d'indices de pauvreté que nous allons utiliser sera notée par $\Pi^1(z)$, et réunira tous les indices qui sont faiblement décroissants lorsque le niveau de vie d'un certain individu augmente. Par "faiblement décroissants", nous entendons que l'indice ne croîtra jamais suite à l'augmentation du niveau de vie d'un individu, mais pourra parfois decroître si ce même individu avait un niveau de vie inférieur au seuil choisi z. Ceci implique donc que les indices de la classe $\Pi^1(z)$ seront tels que :

$$\Pi^1(z) = \left\{ P(z) \mid \pi^{(1)}(Q(p); z) \leq 0 \text{ si } Q(p) \leq z \right\}. \tag{72}$$

Ces indices possèdent des propriétés qui sont similaires à celles des fonctions de bien-être social de Pareto : *ceteris paribus*, plus le niveau de vie individuel sera élevé, mieux se portera la société (moins la pauvreté sera grande). La deuxième classe d'indices, $\Pi^2(z)$, regroupe ceux dont l'éthique favorise les plus pauvres. Mathématiquement parlant, ces indices sont convexes en niveaux de vie : *ceteris* *paribus*, plus la distribution des niveaux de vie sera égale parmi les pauvres, moins la pauvreté sera grande. Ces indices nous indiquent par là une certaine préférence pour l'égalité en matière de niveaux de vie. Les indices de cette classe, $\Pi^2(z)$, sont tels que :

$$\Pi^2(z) = \left\{ P(z) \;\middle|\; \begin{array}{l} \pi^{(2)}(Q(p); z) \geq 0 \text{ si } Q(p) \leq z \\ \text{et } \pi(z; z) = 0 \end{array} \right\} \tag{73}$$

où pour des raisons de simplicité, nous avons ajouté la condition de continuité $\pi(z, z) = 0$ (nous y reviendrons plus loin dans le texte). Si un transfert d'une personne pauvre à une personne encore plus pauvre n'affecte par leurs classements respectifs dans la distribution, les indices de la classe $\Pi^2(z)$ n'augmenteront jamais, mais diminueront parfois. Cette propriété de préférence pour l'égalité est semblable au principe de transferts de Pigou-Dalton dans le domaine des fonctions de bien-être social (le bien-être social *augmente* lorsque un tel transfert est appliqué). Puisque $\pi(z; z) = 0$, $\pi(Q(p); z) \geq 0$ et $\pi^{(2)}(Q(p); z) \geq 0$ pour $Q(p) \leq z$ impliquent ensemble que $\pi^{(1)}(Q(p); z) \leq 0$ pour $Q(p) \leq z$, nous avons donc que $\Pi^2(z) \subset \Pi^1(z)$. Tous les indices de la classe $\Pi^2(z)$ appartiennent en même temps à la classe $\Pi^1(z)$.

Afin de mieux comprendre la classe $\Pi^3(z)$, supposons quatre niveaux de vie possibles, pour les individus $1,\ 2,\ 3,\ 4$, tels que $y_2 - y_1 = y_4 - y_3 > 0$ et que $y_1 < y_3$. Supposons qu'un transfert égalisateur marginal de \$1 soit appliqué de 2 à 1 et que, en même temps, un transfert non-égalisateur identique de \$1 soit appliqué de 3 à 4. Dans la littérature, ce genre de transferts est appelé un "transfert favorable". Notons que le transfert égalisateur est effectué plus bas dans la distribution que le transfert non-égalisateur, puisque le bénéficiaire du transfert égalisateur, 1, possède un niveau de vie inférieur à celui de l'autre bénéficiaire, 3. Il y a souvent toutes sortes de raisons valables d'être socialement plus sensible à ce qui se produit dans le bas de cette distribution. On peut donc parfois être moins préoccupé par le "mauvais" transfert du haut de la distribution que par le "bon" transfert égalisateur. Les indices qui évoquent cette propriété et qui diminuent après un transfert favorable appartiennent à la classe $\Pi^3(z)$ d'indices de pauvreté, et obéissent au principe de la "sensibilité aux transferts". Mathématiquement, il faut que la dérivée seconde $\pi^{(2)}(Q(p); z)$ soit décroissante en $Q(p)$ pour pouvoir appartenir à la classe $\Pi^3(z)$:

$$\Pi^3(z) = \left\{ P(z) \;\middle|\; \begin{array}{l} \pi^{(3)}(Q(p); z) \leq 0 \text{ si } Q(p) \leq z, \\ \pi(z, z) = 0, \\ \text{et } \pi^{(1)}(z, z) = 0 \end{array} \right\}. \tag{74}$$

Similairement, $\Pi^3(z) \subset \Pi^2(z)$.

Définissons maintenant une classe subséquente d'indices. Généralement, les indices $P(z)$ seront aussi de la classe $\Pi^s(z)$ si $(-1)^s\ \pi^{(s)}(Q(p); z) \leq 0$ et si

$\pi^{(i)}(z, z) = 0$, avec $i = 0,\ 1,\ 2.\ ..,\ s-2$. Lorsque l'ordre s de la classe augmente, les indices deviennent de plus en plus sensibles à la distribution parmi les plus pauvres. À la limite, il n'y a que le niveau de vie de l'individu le plus pauvre qui ne compte vraiment. Augmenter l'ordre s nous oblige donc à nous concentrer sur un sous groupe de plus en plus petit d'indices de pauvreté, en ce sens que $\Pi^s(z) \subset \Pi^{s-1}(z)$.

Un bon nombre d'indices bien connus se rapportent aux classes énumérées plus haut. Les indices numériques (ou "headcount"), pour qui $\pi(Q(p); z) = I[Q(p) \leq z]$, appartiennent uniquement à $\Pi^1(z)$. Nous allons aussi voir plus loin qu'ils jouent un rôle crucial dans les tests de dominance du premier ordre. Le fossé de pauvreté moyen, pour qui $\pi(Q(p), z) = g(p; z)$, appartient à $\Pi^1(z)$ et à $\Pi^2(z)$. Le carré de l'indice de fossés de pauvreté appartient quant à lui à $\Pi^1(z)$, $\Pi^2(z)$ et $\Pi^3(z)$. L'indice FGT, pour qui $\pi(Q(p); z) = g(p; z)^\alpha$, entre dans la classe $\Pi^s(z)$ si $\alpha \geq s - 1$. L'indice de Watts, pour qui $\pi(p; z) = \ln(z) - \ln(Q^*(p))$, appartient à $\Pi^1(z)$ et à $\Pi^2(z)$. Une transformation de l'indice de Watts, pour qui $\pi(Q(p); z) = g(p; z)\left[\ln(z) - \ln(Q^*(p))\right]$, devrait normalement entrer dans la classe $\Pi^3(z)$. Les indices CHU et de Chakravarty appartiennent pour leur part aux classes $\Pi^1(z)$ et $\Pi^2(z)$. Enfin, notons que l'indice de pauvreté S-Gini aux classes $\Pi^1(z)$ et $\Pi^2(z)$.

Pour vérifier que la pauvreté en A est plus grande qu'en B pour tous les indices appartenant à n'importe laquelle de ces classes, il existe deux approches : une approche primale et une approche duale.

4.1 Approche primale

Nous sommes intéressés à savoir s'il est possible d'affirmer que, avec un niveau de confiance assez élevé, la pauvreté de la distribution A, mesurée par $P_A(z)$, est plus grande que la pauvreté de la distribution B, $P_B(z)$, et ce, pour *tous* les indices de pauvreté $P(z)$ appartenant à l'une des classes définies plus haut, ainsi que pour un certain nombre de seuils de pauvreté. En d'autres termes, nous voulons savoir si $\Delta P(z) = P_A(z) - P_B(z)$ est positif :

$$\begin{aligned} \Delta P(z) &= \int_0^1 \pi(Q_A(p); z) - \pi(Q_B(p); z) dp \\ &= \int_0^z \pi(y; z) \left(f_A(y) - f_B(y)\right) dy \\ &= \int_0^z \pi(y; z) \Delta f(y) dy \end{aligned} \tag{75}$$

où, à la deuxième ligne, un changement de variable a été effectué et où $\Delta f(y)$ est la différence de densités de niveaux de vie. Pour comprendre comment tester le tout, nous allons utiliser l'intégration par parties sur l'équation (75). Ça nous amènera à utiliser les courbes de dominance stochastique $D^s(z)$, pour des ordres de $s = 1,\ 2,\ 3,\ ....$ $D^1(z)$ est tout simplement la *cdf*, $F(z)$. Les courbes d'ordre élevé se définissent de manière itérative

$$D^s(z) = \int_0^z D^{s-1}(y)dy \tag{76}$$

où $c = 1/(s-1)!$ est une constante qui peut être ignorée avec les courbes de dominance. Ainsi, $D^2(z)$ est tout simplement l'intégrale de la surface sous la courbe de la *cdf* jusqu'à $F(z)$. Définies comme en (76), les courbes de dominance peuvent sembler difficiles à résoudre. Heureusement, il existe un lien très pratique entre les courbes de dominance et l'indice FGT, qui facilite grandement le calcul de $D^s(z)$. En fait, il est possible de montrer que

$$\begin{array}{ll} D^s(z) & = c \cdot \int_0^z (z-y)^{s-1} dy \\ & = c \cdot P(z; \alpha = s-1) \end{array} . \tag{77}$$

Ainsi, pour obtenir la courbe de dominance d'ordre s, nous n'avons besoin que du calcul de l'indice FGT avec $\alpha = s-1$.

Intégrons maintenant par parties l'équation (75), ce qui donne :

$$\Delta P(z) = \pi(z; z)\ \Delta D^1(z) - \int_0^z \pi^{(1)}(y; z) \Delta D^1(y) dy \tag{78}$$

où $\Delta D^s(y)$ se définit comme étant $D_A^s(y) - D_B^s(y)$. Si nous voulons être certains que $\Delta P(z)$ soit positif pour tous les indices de $\Pi^s(z)$, nous devrons nous assurer que (78) le soit également pour chacun des indices de pauvreté satisfaisant (72), peu importe la valeur de la dérivée première $\pi^{(1)}(y; z)$, pourvu que cette dérivée ne soit jamais positive entre 0 et z. Pour que ce soit le cas, nous devons avoir que (rappelons que $D^1(y) = F(y)$) :

$$F_A(y) > F_B(y),\ \text{pour tout } y \in [0, z]. \tag{79}$$

Nous ferons référence à ceci comme étant la dominance en pauvreté de premier ordre de B sur A. Puisque la dominance dans la condition (79) est conditionnelle à ce que le seuil de pauvreté soit compris entre 0 et z, nous pouvons également y faire référence comme étant la “dominance stochastique conditionnelle de premier ordre”. Il s'agit ici d'une condition assez forte : elle exige que l'indice numérique de A soit toujours plus grand que celui de B, pour chacun des seuils de pauvreté entre 0 et z. Par contre, si la condition (79) tient en pratique, ça nous permet d'obtenir un classement de pauvreté très robuste : nous pouvons alors affirmer avec certitude que la pauvreté en A est plus grande qu'en B pour tous les indices de pauvreté de dérivée première non-positive (y compris l'indice numérique), donc pour tous les indices appartenant à la classe $\Pi^1(z)$. En fait, ce même classement est valide et robuste pour toute la classe d'indices $\Pi^1(\zeta)$ tels que $0 \leq \zeta \leq z$. Ce résultat peut être condensé par ceci :

Dominance en pauvreté de premier ordre (approche primale) :

$$\begin{array}{l} P_A(\zeta) - P_B(\zeta) > 0 \text{ pour tout } P(\zeta) \in \Pi^1(\zeta) \text{ et pour tout } \zeta \in [0, z] \\ \text{ssi } D_A^1(\zeta) > D_B^1(\zeta) \text{ pour tout } \zeta \in [0, z] \end{array}.$$

Nous nous tournons maintenant vers la dominance en pauvreté de deuxième ordre. Pour ce faire, nous intégrons encore une fois par parties l'équation (78), et obtenons que :

$$\Delta P(z) = \pi(z; z)\ \Delta D^1(z) - \pi^{(1)}(z; z)\ \Delta D^2(z) + \int_0^z \pi^{(2)}(y; z) \Delta D^2(y) dy. \quad (80)$$

Rappelons que les indices appartenant à $\Pi^2(z)$ sont tels que $\pi^{(2)}(Q(p); z) \geq 0$ si $Q(p) \leq z$ et $\pi(z, z) = 0$. Ainsi, si nous souhaitons que $\Delta P(z)$ soit positif pour tous les indices appartenant à $\Pi^2(z)$, nous devons avoir que :

$$\Delta D^2(y) > 0 \text{ pour tout } y \in [0, z]. \quad (81)$$

Il s'agit de la dominance en pauvreté de deuxième ordre de B sur A. C'est moins rigoureux comme condition que ne peut l'être la condition de premier ordre, puisque d'après (76), lorsque la dominance de premier ordre sur $[0, z]$ est vérifiée, la dominance du deuxième ordre sur $[0, z]$ doit aussi être vérifiée, mais pas nécessairement l'inverse. La dominance en pauvreté de deuxième ordre exige donc que le fossé de pauvreté moyen en A soit toujours plus grand que celui de B, pour tous les seuils de pauvreté entre 0 et z. Si la condition (81) est respectée en pratique, alors nous obtenons un classement de pauvreté assez robuste : nous pouvons encore une fois affirmer que la pauvreté en A est plus grande qu'en B pour tous les indices continus avec une dérivée seconde positive (y compris le fossé de pauvreté moyen). Cependant, l'indice numérique doit en être exclus puisque discontinu lorsqu'évalué au seuil de pauvreté. Le même classement en termes d'incides membres de $\Pi^2(z)$ est robuste et valide pour n'importe quel seuil de pauvreté compris entre 0 et z. Le tout peut être résumé ainsi :

Dominance en pauvreté de deuxième ordre (approche primale) :

$$\begin{array}{l} P_A(\zeta) - P_B(\zeta) > 0 \text{ pour tout } P(\zeta) \in \Pi^2(z) \text{ et pour tout } \zeta \in [0, z] \\ \text{ssi } D_A^2(\zeta) > D_B^2(\zeta) \text{ pour tout } \zeta \in [0, z] \end{array}.$$

Tel que mentionné plus haut, la dominance en pauvreté de deuxième ordre est une condition moins forte à vérifier en pratique que celle pour la dominance de premier ordre. Le prix à payer est cependant élevé : le nombre d'indices qui remplissent cette condition de deuxième ordre est plus petit que pour la condition du premier ordre.

Nous pouvons refaire ce processus pour n'importe quel ordre de dominance, avec des intégrations par parties successives et en déterminant les conditions pour lesquelles tous les indices membres d'une même classe $\Pi^s(\zeta)$ indiqueront une pauvreté plus grande en A qu'en B, et ce, pour tous les seuils de pauvreté ζ compris entre 0 et z. Nous pouvons exprimer le tout sous la forme suivante, pour tout ordre s :

Dominance en pauvreté d'ordre s :

$P_A(\zeta) - P_B(\zeta) > 0$ pour tout $P(\zeta) \in \Pi^s(z)$ et pour tout $\zeta \in [0, z]$
ssi $D^s_A(\zeta) > D^s_B(\zeta)$ pour tout $\zeta \in [0, z]$.

La vérification de la dominance en pauvreté va alors de soi. Pour la dominance du premier ordre, nous utilisons ce qui a été appelé "la courbe d'incidence de pauvreté", qui est l'indice numérique, fonction d'un intervalle de seuils de pauvreté, $[0, z]$. Pour la dominance de deuxième ordre, nous utilisons la "courbe de déficit de pauvreté", qui est l'air sous la courbe d'incidence de pauvreté ou, plus simplement, le fossé de pauvreté moyen qui, encore une fois, est fonction d'un intervalle de seuils de pauvreté, $[0, z]$. La dominance d'ordre trois nous incite à utiliser l'air sous la courbe de déficits de pauvreté, ou le carré de l'indice de fossés de pauvreté (également connu sous le nom de courbe de sévérité de pauvreté) pour des seuils de pauvreté compris entre 0 et z. Les courbes de dominance d'ordres plus élevés s'obtiennent simplement par des fossés de pauvreté élevés à des puissances plus élevées, toujours pour des seuils de pauvreté compris entre $[0, z]$.

4.2 Approche duale

Il existe une approche duale pour tester les dominances du premier ordre et du deuxième ordre, qui est souvent appelée l'approche p ou l'approche des centiles. Tandis que l'approche primale utilise les courbes de niveaux de vie pour différents seuils de pauvreté, l'approche duale utilise des courbes qui tronquent la population à certains centiles. L'approche duale possède des propriétés graphiques intéressantes, qui la rend utile lorsque nous testons la dominance en pauvreté.

Afin d'illustrer cette deuxième approche, nous nous concentrons maintenant sur les indices qui agrègent les fossés de pauvreté en utilisant des fonctions de p comme variables de poids :

$$\Gamma(z) = \int_0^1 g(p; z)\omega(p)dp. \tag{82}$$

En utilisant des agrégats de fossés de pauvreté comme en (82), nous nous restreignons plus qu'en utilisant des fonctions comme $\pi(Q(p); z)$ définies séparément sur $Q(p)$ et z, comme dans (71). Si les seuils de pauvreté sont identiques d'une distribution à une autre (tel qu'assumé implicitement plus haut pour l'approche primale), les classements de dominance demeurent les mêmes, comme nous le verrons plus loin.

Pour être membre de la classe duale de dominance de premier ordre $\dot{\Pi}^1(z)$, il suffit simplement que les variables de poids $\omega(p)$ soient des fonctions non-négatives de p :

$$\dot{\Pi}^1(z) = \{\Gamma(z) \mid \omega(p) \geq 0\}. \tag{83}$$

Si nous voulons que $\Delta\Gamma(z) = \Gamma_A(z) - \Gamma_B(z)$ soit positif pour tous les indices appartenant à $\dot{\Pi}^1(z)$, nous devons nous assurer d'abord que $g_A(p;z) - g_B(p;z)$ est positif si $g_B(p;z) > 0$. En fait, si cette condition est vérifiée, $\Delta\Gamma(\zeta)$ est positif pour tout $\zeta \in [0, z]$. Ça nous donne l'approche duale de dominance en pauvreté de premier ordre :

Dominance en pauvreté de premier ordre (approche duale) :

$$\begin{array}{l} \Gamma_A(\zeta) - \Gamma_B(\zeta) > 0 \text{ pour tout } \Gamma(\zeta) \in \dot{\Pi}^1(\zeta) \text{ et pour tout } \zeta \in [0, z] \\ \text{ssi } g_A(p;z) > g_B(p;z) \text{ si } g_B(p;z) > 0 \end{array}.$$

Une implication de tout ceci est que les fossés de pauvreté ne doivent jamais être inférieurs en A qu'en B, peu importe les centiles p considérés. Nous pouvons montrer que cette condition est équivalente à celle de la dominance en pauvreté de premier ordre en approche primale. Techniquement, si et seulement si $\Gamma_A(\zeta) - \Gamma_B(\zeta) > 0$ pour tout $\Gamma(\zeta) \in \dot{\Pi}^1(\zeta)$, alors $P_A(\zeta) - P_B(\zeta) > 0$ pour tout $P(\zeta) \in \Pi^1(\zeta)$, et pour tout $\zeta \in [0, z]$. Si nous avons la robustesse pour $\Pi^1(z)$, nous l'avons aussi pour $\dot{\Pi}^1(z)$. En fait, la dominance en pauvreté de premier ordre (primale ou duale) implique la robustesse pour tous les indices (additifs ou autres) qui décroissent légèrement en niveaux de vie. Pour vérifier une telle robustesse, nous pouvons utiliser l'une ou l'autre des conditions pour le premier ordre.

Pour être membre de la classe duale de dominance de deuxième ordre $\dot{\Pi}^2(z)$, il suffit simplement que les variables de poids $\omega(p)$ soient des fonctions positives et non-croissantes de p :

$$\dot{\Pi}^2(z) = \left\{\Gamma(z) \,\middle|\, \omega^1(p) \leq 0 \text{ et } \omega(p=1) \geq 0\right\}. \tag{84}$$

En intégrant par parties (84), nous pouvons démontrer que si nous voulons que $\Delta\Gamma(\zeta)$ soit positif pour tous les indices appartenant à $\dot{\Pi}^2(\zeta)$ et pour tout $\zeta \in [0, z]$, nous devons nous assurer que la condition suivante soit respectée :

Dominance en pauvreté de deuxième ordre (approche duale) :

$$\begin{array}{l} \Gamma_A(\zeta) - \Gamma_B(\zeta) > 0 \text{ pour tout } \Gamma(\zeta) \in \dot{\Pi}^2(\zeta) \text{ et pour tout } \zeta \in [0, z] \\ \text{ssi } G_A(p;z) > G_B(p;z) \text{ pour tout } p \in [0, 1] \end{array}.$$

Encore une fois, nous pouvons montrer que cette condition est équivalente à la condition de deuxième ordre en approche primale. Ainsi, si et seulement si $\Gamma_A(\zeta) - \Gamma_B(\zeta) > 0$ pour tout $\Gamma(\zeta) \in \dot{\Pi}^2(\zeta)$, pour tout $\zeta \in [0, z]$, alors $P_A(\zeta) - P_B(\zeta) > 0$ pour tout $P(\zeta) \in \Pi^2(\zeta)$, pour tout $\zeta \in [0, z]$. Si nous avons la robustesse pour $\Pi^2(z)$, nous l'avons aussi pour $\dot{\Pi}^2(z)$. Encore une fois, la dominance en pauvreté de deuxième ordre (primale ou duale) implique la robustesse pour tous les indices de pauvreté qui sont continus en z et qui sont faiblement convexes en niveaux de vie. Pour vérifier la robustesse sur une telle classe d'indices et pour tous les seuils de pauvreté compris entre 0 et z, nous pouvons utiliser l'une ou l'autre des conditions du deuxième ordre.

5 Diminution de la pauvreté : politiques et croissance

5.1 Mesure des bénéfices des dépenses publiques

Un aspect important de l'analyse de l'impact des politiques sur le bien-être et la pauvreté consiste en l'équité de la distribution des dépenses publiques.

Soit l'espérance du revenu au rang p, $\bar{B}(p)$, pouvant être estimée par méthode non-paramétrique. L'effet cumulatif du bénéfice jusqu'au rang p est donné par :

$$GC_B(p) = \int_0^p B(q)dq. \tag{85}$$

Ceci exprime la contribution absolue de la proportion de la population inférieure à p aux bénéfices *per capita*. Si le bénéfice moyen est donné par μ_B, alors la courbe de concentration du bénéfice jusqu'au rang p peut être définie de la manière suivante :

$$C_B(p) = \frac{GC(p)}{\mu_B}. \tag{86}$$

La courbe de concentration $C_B(p)$ au rang p donne le pourcentage des bénéfices totaux imputables aux rangs inférieurs à p. Rappelons que la courbe de Lorenz est donnée par :

$$L(p) = \frac{1}{\mu} \int_0^p Q(q)dq. \tag{87}$$

5.2 Vérification de l'effet distributif des dépenses publiques

– Pour le bien-être social : nous pouvons comparer les courbes de distribution $B(p)$ et $GC_B(p)$ entre différents types de dépenses, $\forall p \in [0, 1]$.
– Pour la pauvreté : nous pouvons comparer les courbes de distributions $B(p)$ et $GC_B(p)$ entre différents types de dépenses, $\forall p \in [0, F(z)]$.
– Pour évaluer l'équité et la pauvreté relative, nous pouvons comparer $B(p)/\mu_B$ avec $X(p)/\mu_X$, et $C_B(p)$ avec $L(p)$, $\forall p \in [0, 1]$ si nous nous intéréssons à toute la population, sinon pour $\forall p \in [0, F(z)]$ si nous ne voulons conserver que les pauvres.

5.3 L'impact sur la pauvreté du ciblage et des réformes de dépenses publiques

Pour des objectifs de politiques, il est souvent utile d'évaluer l'impact des *réformes* sur un système de dépenses publiques ou de bénéfices tout comme il est utile d'évaluer l'effet des systèmes déjà *existant*. Une question incontournable au sujet de l'évaluation de telles réformes est : comment seront répartis les bénéfices de la réforme ? Visiblement, il existe une infinité de réponses à cette question.

Dans cette section, cinq types de réformes sont explorés. Le premier type canalise les bénéfices des dépenses publiques aux membres de groupes socio-économiques spécifiques et facilement observables. L'élément principal est donc de savoir dans quel groupe socio-économique les fonds publics dépensés contribueront le plus à diminuer la pauvreté agrégée. Le deuxième consiste en un accroissement des dépenses publiques qui fait augmenter chaque revenu dans certains groupes socio-économiques d'un certain montant proportionnel. Encore une fois, il faut se demander dans quel groupe les dépenses diminueront le plus rapidement la pauvreté agrégée. Ce deuxième type peut également être vu comme un processus qui augmente la qualité des infrastructures et le niveau d'activité économique pour un groupe bien précis ou bien une région – d'une manière qui affectement proportionnellement chacun des revenus du groupe et donc neutre sur la distribution de revenus (dans le sens ou l'inégalité à l'intérieur du groupe n'est pas affectée).

Le troisième type de réformes consiste en la variation du prix de certains biens, soit via un choc externe ou macroéconomique, ou soit via une taxe ou un subside. Comment la distribution du bien-être, et en particulier de la pauvreté, est-elle affectée par un tel changement de prix ? La question à se poser par la suite est alors la suivante : quel genre de réforme par subside ou taxe n'affecterait pas le niveau global de revenus du gouvenrment mais réduirait celui de la pauvreté ? En d'autres mots, quels biens devraient être ciblés pour la diminution de leur taxe ou pour l'augmentation de leur subside ? Le cinquième et dernier type affecte proportionnellement tous les revenus d'un certain type – tel que certains types de revenus agricoles, le revenu de travail d'un certain type de travailleurs, *etc*.

Pour toutes ces réformes, l'impact sur la pauvreté se mesure avec l'indice FGT qui en découle. Rappelons aussi que l'emploi de l'indice FGT est intimement lié aux vérifications pour la dominace stochastique et la robustesse éthique des changements de pauvreté. Ainsi, nous pouvons nous servir des méthodes décrites ci-dessous pour déterminer comment les réformes affectent la pauvreté, mesurée non seulement pas l'indice de pauvreté FGT, mais aussi par tous les autres indices de pauvreté qui respectent certaines conditions éthiques. Par exemple, si nous trouvons qu'un certain ciblage fait diminuer l'indice FGT pour une certaine valeur de α dans un intervalle $[0, z^+]$ de seuils de pauvreté, nous savons alors que cette réforme fera également diminuer tous les indices de pauvreté d'ordre éthique $\alpha + 1$, et ce peu importe le seuil de pauvreté compris dans $[0, z^+]$.

5.3.1 Ciblage par groupe à transfert constant

Considérons tout d'abord le transfert d'un montant constant au revenu de tout individu dans un groupe k. Dans ce cas-ci, rappelons que l'indice FGT se décompose ainsi :

$$P(z;\alpha) = \sum_{k=1}^{K} \phi(k) P(k;z;\alpha). \tag{88}$$

Le coût *per capita* si le gouvernement accorde un montant *égal* à $\eta(k)$ à chaque membre d'un groupe k est égal à :

$$R = \sum_{k=1}^{K} \phi(k)\eta(k). \tag{89}$$

La pauvreté agrégée à la suite d'un tel transfert est alors égale à :

$$P(k;z;\alpha) = \int_0^1 \left[z - Q(k;p;z) - \eta(k)\right]_+^{\alpha} dp. \tag{90}$$

Pour déterminer quel groupe k devrait être priorisé par le ciblage des dépenses gouvernementales, il nous faut déterminer pour quel groupe k les dépenses publiques ainsi ciblées reduiraient le plus le niveau agrégé de pauvreté. En d'autres termes, nous devons comparer à travers k la réduction de la pauvreté agrégée suite à un transfert de 1$ au groupe k.

Lorsque $\alpha \neq 0$, il est possible de montrer que la réduction marginale de la pauvreté agrégée par dollar de dépenses gouvernementales *per capita* est donnée par :

$$\frac{\partial P(z;\alpha)}{\partial \eta(k)} \Big/ \frac{\partial R}{\partial \eta(k)} = -\alpha P(k;z;\alpha-1) \leq 0. \tag{91}$$

Pour réduire $P(z;\alpha)$ le plus possible, nous devons alors cibler les groupes pour lesquels $P(k;z;\alpha-1)$ a la plus grande valeur. Plus α est grand, plus les chances de voir les groupes les plus pauvres favorisés par le ciblage sont grandes.

Lorsque $\alpha = 0$, la réduction par dollar de la pauvreté agrégée est donnée par $f(k;z)$, soit la densité de revenu du groupe k au seuil de pauvreté :

$$\frac{\partial P(z;\alpha=0)}{\partial \eta(k)} \Big/ \frac{\partial R}{\partial \eta(k)} = -f(k;z) \leq 0. \tag{92}$$

Nous devons alors cibler les groupes dont la proportion d'individus est le plus concentrée autour du seuil de pauvreté, peu importe la pauvreté existant sous ce même seuil – une autre conséquence de l'intensité distributive du taux de pauvreté.

5.3.2 Ciblage neutre à l'inégalité

Maintenant, considérons un transfert proportionnel au revenu $Q(k;p;z)$ de chaque membre d'un groupe k. Faisons référence à ce transfert avec $\lambda(k)-1$. L'indice FGT pour le groupe k à la suite d'un tel transfert est alors :

$$P(k;z;\alpha) = \int_0^1 \left[z - Q(k;p;z)\cdot\lambda(k)\right]_+^\alpha dp. \tag{93}$$

L'impact marginal d'un changement dans $\lambda(k)$ est donné par

$$\frac{\partial P(z;\alpha)}{\partial \lambda(k)} = \alpha\phi(k)\left[P(k;z;\alpha) - zP(k;z;\alpha-1)\right] \leq 0. \tag{94}$$

La manière avec laquelle varie (94) avec différentes valeurs de k dépend de deux facteurs. Premièrement, il y a le facteur $[P(k;z;\alpha) - zP(k;z;\alpha-1)]$. Les groupes dans lesquels se trouve un nombre significatif d'individus très pauvres auront tendance à voir leur indice de pauvreté $P(k;z;\alpha)$ chuter significativement avec α, et donc à avoir une valeur élevée de $[P(k;z;\alpha) - zP(k;z;\alpha-1)]$. Nous pouvons ainsi nous attendre à ce que ces groupes soient plus ciblés par les réformes. Toutefois, ces mêmes groupes sont également ceux pour lesquels un transfert proportionnel au revenu engendre l'impact le plus faible sur le niveau agrégé de revenu des pauvres – puisqu'il n'y a alors que très peu de revenus pour lesquels la croissance peut avoir un effet. Ainsi, si ces groupes avec une forte proportion de pauvreté extrême auront une valeur plus grande de $[P(k;z;\alpha) - zP(k;z;\alpha-1)]$ demeure incertain.

Le second facteur qui influence (94) est la part de la population $\phi(k)$. *Ceteris paribus*, diriger les dépenses gouvernementales (sous forme d'une hausse de $\lambda(k)$) en ciblant les groupes dont la part de la population est grande aura naturellement tendance à diminuer le niveau global de pauvreté. Mais ceci ne tient pas compte qu'une hausse donnée de $\lambda(k)$ sera généralement plus coûteuse pour le gouvernement si ce dernier cible les groupes les plus populeux. Pour cette raison, nous devrions plutôt comparer entre chaque groupe le ratio des bénéfices de la réduction de la pauvreté avec la hausse *per capita* de revenu pour chaque groupe. Supposons que le coût de la hausse *per capita* de revenu d'un group soit entièrement assumée par le gouvernement. L'impact *per capita* sur le revenu d'un tel transfert sur le budget du gouvernement est égal à $\partial R/\partial\lambda(k)$, où :

$$R = \phi(k)\mu(k)\lambda(k). \tag{95}$$

Lorsque $\alpha \neq 0$, la réduction de la pauvreté agrégée par dollar *per capita* dépensé est alors :

$$\frac{\partial P(z;\alpha)}{\partial\lambda(k)} \bigg/ \frac{\partial R}{\partial\lambda(k)} = \frac{\alpha\left[P(k;z;\alpha) - zP(k;z;\alpha-1)\right]}{\mu(k)} \leq 0. \tag{96}$$

Pour réduire $P(z;\alpha)$ le plus rapidement, le gouvernement devrait alors cibler les groupes dont la valeur absolue du terme de droite est la plus élevée. Comparée à (94), (96) n'est pas influencée par la part de population de chaque groupe, puisque son effet est annulé par l'effet sur le revenu du transfert gouvernemental. Par contre, apparaît maintenant au dénominateur le terme $\mu(k)$. En effet, s'il doit assumer tout le coût de la hausse du revenu, il doit également payer encore plus pour atteindre une hausse donnée de $\lambda(k)$ pour les groupes dont le revenu moyen est plus élevé. Finalement, et pour les mêmes raisons que précédemment, si ces groupes avec une pauvreté extrême auront une valeur plus grande de $[P(k;z;\alpha) - zP(k;z;\alpha-1)]$ reste incertain.

Lorsque $\alpha = 0$, la réduction par dollar de la pauvreté agrégée avec un transfert proportionnel au revenu est donné par

$$\frac{\partial P(z;\alpha=0)}{\partial\lambda(k)} \bigg/ \frac{\partial R}{\partial\lambda(k)} = -\frac{z\cdot f(k;z)}{\mu(k)} \leq 0. \tag{97}$$

Les groupes dont la densité de revenu est élevée au seuil de pauvreté, et ceux dont le revenu moyen est faible, sont donc des cibles prioritaires pour les politiques anti-pauvreté de transferts proportionnels au revenu.

5.3.3 Changements de prix

Le niveau des prix relatifs est un déterminant important dans la distribution des niveaux de vie, et peut alors influencer significativement l'analyse de la pauvreté. Les gouvernements peuvent, directement et indirectement, en affecter le niveau. En maintenant des tarifs élevés à l'importation ou en n'implantant pas de système de réglementation pour favoriser la compétition, il peut protéger les producteurs nationaux en maintenant le niveau des prix domestiques élevé, mais nuira du même coup aux consommateurs en raison des prix à la consommation élevés. L'emploi des impôts indirects et des taxes de ventes pour augmenter les revenus de taxation affecte aussi les prix relatifs, et donc le bien-être du consommmateur et du producteur. Les subsides de prix sur la nourriture, l'éducation, l'énergie et le transport sont d'autres examples de politiques gouvernementales qui affectent les prix relatifs et donc la pauvreté.

Pour voir comment les changements dans les prix relatifs (et donc les réformes changeant les prix) peuvent affecter la pauvreté, dénotons par y le niveau de revenu exogène d'un ménage, et exprimons les préférences des consommateurs par ϑ. La fonction d'utilité indirecte est donnée par $V(y, q; \vartheta)$, où q est un vecteur de prix du consommateur et du producteur. Définissons de plus un vecteur de prix de référence q^R – qui est nécessaire pour évaluer le bien-être des consommateurs à prix constants, ainsi que le revenu réel de la période post-réforme, y^R, mesuré sur la base des prix de référence q^R. y^R est implicitement défini par $v\left(y^R, q^R; \vartheta\right) = v\left(y, q; \vartheta\right)$, et explicitement par la fonction du revenu réel $y^R = R\left(y, q, q^R; \vartheta\right)$, où

$$V\left(R\left(y, q, q^R; \vartheta\right), q^R; \vartheta\right) \equiv V\left(y, q; \vartheta\right). \tag{98}$$

Par définition, y^R représente le niveau de revenu qui, sous q^R, donne le même niveau de vie que y donne sous q.

Nous souhaitons alors déterminer comment les niveaux de vie sont affectés par un changement marginal dans les prix. Soit $x_c\left(y, q; \vartheta\right)$, la consommation nette du bien c (qui peut être négative si l'individu ou le ménage est un producteur net de ce bien c) d'un consommateur/producteur avec un revenu y, préférences ϑ et faisant face à des prix q. Soit aussi q_c, le prix du bien c. En utilisant l'identité de Roy et en fixant le niveau des prix de référence au niveau pré-réforme, nous trouvons :

$$\begin{aligned}
\left.\frac{\partial R(y, q, q^R; \vartheta,)}{\partial q_c}\right|_{q=q^R} &= \left.\frac{\partial V\left(y, q; \vartheta\right)/\partial q_c}{\partial V\left(y^R, q^R; \vartheta\right)/\partial y^R}\right|_{q=q^R} \\
&= -\left.\frac{\partial V\left(y, q; \vartheta\right)/\partial y}{\partial V\left(y^R, q^R; \vartheta\right)/\partial y^R}\right|_{q=q^R} \cdot x_c\left(y, q; , \vartheta\right) \\
&= -x_c\left(y, q^R; \vartheta\right).
\end{aligned} \tag{99}$$

L'équation (99) nous dit que le niveau observé de consommation nette préréforme du bien c est une statistique suffisante pour connaître l'impact d'un changement marginal du prix du bien c sur le niveau de vie réel. Cette simple relation est en fait également valide dans le cas d'un bien rationné. L'équation (99) donne une "approximation du premier ordre" des vrais changements du revenu réel qui surviennent après un changement du prix du bien c. L'approximation est *exacte* lorsque le changement de prix est marginal. Elle devient moins exacte si le changement n'est pas marginal et si la demande compensée pour le bien c varie significativement avec q_c.

Supposons que les préférences ϑ et que le revenu exogène y sont distribués conjointement selon la fonction de distribution $F(y,\vartheta)$. La distribution conditionnelle de ϑ, pour un y donné, est notée $F(\vartheta\,|y)$, et la distribution marginale du revenu y est donnée par $F(y)$. Supposons de plus que les préférences appartiennent à l'ensemble Θ, et supposons que le revenu soit distribué sur l'intervalle $[0,a]$. L'espérance de la consommation du bien c au niveau de revenu y est donnée par $x_c(y,q)$, tel que

$$x_c(y,q) = E_{\vartheta}\left[x_c\left(y,q;\vartheta\right)\right] = \int_{\Omega} x_c\left(y,q;\vartheta\right)\, dF(\vartheta|y). \tag{100}$$

D'après (99), $-x_c(y,q)$ est également proportionnel à l'espérance de la diminution des niveaux de vie réels pour ceux dont le revenu y suite à une hausse de q_c.

Soit $x_c(q)$, la consommation *per capita* du c^e bien, définie comme étant $x_c(q) = \int_0^a x_c\left(y,q\right)\, dF\left(y\right)$. D'après (99), $x_c(q)$ est également coût moyen en termes de bien-être suite à une hausse du prix du bien c. En tant que proportion de la consommation *per capita*, la consommation du bien c à un niveau de revenu y est exprimée par $\overline{x}_c(y,q) = x_c(y,q)/x_c(q)$.

Il est maintenant enfin utile de voir comment les indices $P(z;\alpha)$ sont affectés par un changement du prix du bien k[3]. En utilisant (99), nous pouvons montrer que :

$$\left.\frac{\partial \overline{P}(z;\alpha)}{\partial q_c}\right|_{q=q^R} = \begin{cases} x_c\left(z,q^R\right)\, f(z), & \text{if } \alpha = 0 \\ \alpha z^{-\alpha}\int_0^z x_c\left(y,q^R\right)\,(z-y)^{\alpha-1}\, dF\left(y\right) & \text{if } \alpha = 1,2,... \end{cases} \tag{101}$$

où $f(z)$ est encore la densité du revenu en z. Lorsque l'effet d'une hausse du prix du bien c sur les indices FGT est tracé sur un intervale de seuils de pauvreté z, on retrouve que la courbe de "dominance en consommation" $CD_c(z;\alpha)$ du bien c s'exprime ainsi :

$$CD_c(z;\alpha) = \frac{\partial \overline{P}(z;\alpha)}{\partial q_c}, \alpha = 0,1,2,... \tag{102}$$

[3]Pour des indices FGT non-normalisés, nous multiplions simplement le résultats par z^{α}.

Remarquez que l'impact sur la pauvreté dépend de α et de z. D'après (101), $CD_c(z; \alpha = 0)$ prend en considération uniquement le profil de consommation de ceux exactement en z. L'impact d'une hausse du prix du bien c sur le taux de pauvreté sera grand si plusieurs individus se retrouvent autour du seuil de pauvreté ($f(z)$ élevée) et/ou s'ils consomment beaucoup du bien c ($x_c\left(z, q^R\right)$ élevée). La courbe $CD_c(z; \alpha = 1)$ donne la contribution absolue des individus de revenu inférieur à z à la consommation totale. Elle devient alors une statistique qui nous informe sur la distribution des dépenses de consommation, semblable à la courbe de concentration généralisée $GC_{x_c}(p)$ pour le bien c – qui donne la contribution absolue des individus de rang inférieur à p à la consommation totale x_c. Pour $\alpha = 2, 3, ...$, un poids progressivement plus grand est attribué dans le calcul de $CD_c(z; \alpha)$ aux parts possédant les plus grands fossés de pauvreté.

5.3.4 Réforme des politiques fiscale et de subside

La section précédente nous a donné les outils nécessaires à l'évaluation de l'impact des prix marginaux sur la pauvreté. Nous pouvons maintenant les utiliser pour déterminer si une réforme fiscale par subside neutre au revenu contribuerait à diminuer la pauvreté agrégée.

Pour ce faire, nous devons considérer la contrainte budgétaire gouvernementale, et plus particulièrement les revenus nets amassés via les politiques fiscales (taxes à la consommation et subsides). En fixant le prix des producteurs à 1 et en supposant, pour simplifier, qu'ils soient constants et invariants aux changements de t, un vecteur de taux de taxation sur les C biens, nous avons alors que $q = 1 + t$ et $dq_c = dt_c$, où q_c et t_c dénotent respectivement le prix du consommateur et le taux de taxation du bien c. Soit $R(q)$, les revenus *per capita* de taxes à la consommation, égaux à $R(q) = \sum_{c=1}^{C} t_c x_c(q)$. Sans perte de généralité, supposons que la réforme fiscalee du gouvernement augmente le taux de taxation du j^e bien et utilise ces montants pour diminuer le taux de taxation (ou augmenter le subside) du l^e bien. La neutralité au revenu (une hypothèse habituelle dans la littérature sur la fiscalité optimale) de la réforme fiscale exige que

$$dR(q) = \left[x_j(q) + \sum_{c=1}^{C} t_c \frac{\partial x_c(q)}{\partial q_j}\right] dq_j + \left[x_l(q) + \sum_{c=1}^{C} t_c \frac{\partial x_c(q)}{\partial q_l}\right] dq_l = 0. \quad (103)$$

Définissons γ de la manière suivante :

$$\gamma = \frac{x_l(q) + \sum_{c=1}^{C} t_c \frac{\partial x_c(q)}{\partial q_l}}{x_l(q)} \Bigg/ \frac{x_j(q) + \sum_{c=1}^{C} t_c \frac{\partial x_c(q)}{\partial q_j}}{x_j(q)}, \quad (104)$$

Le numérateur de (104) nous donne la recette fiscale marginale suite à la hausse marginale du prix du bien l, par unité de coût moyen de bien-être que cette hausse de prix impose aux consommateurs. De la même manière, c'est égal à 1 moins la perte sèche de la taxation du bien l, ou encore l'inverse du coût marginal des fonds publics (CMFP) de taxer le bien l (voir Wildasin (1984)). Le dénominateur donne exactement la même mesure pour la hausse du prix du bien j. γ représente alors l'efficacité économique (ou "moyenne") de taxer le bien l par rapport à la taxation du bien j. Nous pouvons alors interpréter γ comme étant le coût en efficacité de taxer le bien j par rapport à celui de taxer le bien l (le CMFP pour le bien j sur celui pour le bien l). Plus la valeur de γ est élevée, moins c'est efficace économiquement de taxer le bien j.

Par simple manipulation algébrique, il est possible d'écrire l'équation (103) comme suit :

$$dq_j = -\gamma \left(\frac{x_l(q)}{x_j(q)} \right) dq_l, \tag{105}$$

qui fixe la valeur de dq_j à une proportion de dq_l neutre au revenu. Cette dernière relation nous donne une expression synthétisant l'impact sur l'indice FGT $P(z;\alpha)$ d'une réforme de taxe neutre au revenu qui augmente la taxe sur un bien l au profit d'une baisse de la taxe sur un autre bien j :

$$\left.\frac{\partial P(z;\alpha)}{\partial t_l}\right|_{\text{neutralité au revenu}} = CD_l(z;\alpha) - \gamma x_l(q) CD_j(z;\alpha)/x_j(q),. \tag{106}$$

Tel que mentionné plus haut, nous pouvons vérifier si une telle réforme fiscale mènerait à une diminution "robuste et éthique" de la pauvreté, c'est-à-dire que la pauvreté diminuerait peu importe l'indice de pauvreté utilisé, avec un certain ordre d'éthique et sur un certain interval de seuils de pauvreté. Pour ce faire, il est utile de définir et d'utiliser les courbes CD normalisées, notées $\overline{CD}_c(z;\alpha)$. Les courbes CD normalisées sont les courbes CD définies plus haut pour un bien c normalisées par *la consomamtion moyenne de ce bien,* $x_c(q)$:

$$\overline{CD}_c(z;\alpha) = \frac{CD_c(z;\alpha)}{x_c(q)}. \tag{107}$$

La courbe $\overline{CD}$ représente donc le coût pondéré avec éthique (ou coût social), de taxer le bien c en proportion du coût moyen en bien-être. La comparaison des courbes $\overline{CD}_c(z;\alpha)$ normalisées nous permet de comparer les bénéfices distributifs des taux décroissants de taxation (ou subsides croissants) entre les divers biens.

Si $\overline{CD}_l(z;\alpha) > \overline{CD}_j(z;\alpha) \geq 0$, alors 1\$ d'investissement des dépenses publiques pour réduire le fardeau de taxation sur le bien l aura un bénéfice distributif plus grand (engendrera une réduction de pauvreté plus grande) que celui pour le bien j.

En ce qui concerne l'efficacité sociale globale, nous devons aussi utiliser γ dans le paramètre de l'efficacité économique. Nous pouvons vérifier si une réforme fiscale est efficace en pauvreté en vérifiant si la condition suivante tient :

$$\overline{CD}_l(z;\alpha) - \gamma\overline{CD}_j(z;\alpha) \geq 0, \forall z \in \left[0, z^+\right]. \tag{108}$$

Si la condition (108) tient, donc il est efficace d'ordre s en pauvreté (où $s = \alpha + 1$) de *diminuer* la taxe sur le bien l pour un bénéfice neutre au revenu suite à une *hausse* de la taxe sur le bien j. La pauvreté diminuera selon cette réforme fiscale pour tous les indices de pauvreté d'ordre s et pour tous les seuils de pauvreté compris dans l'intervale $[0, z^+]$.

5.3.5 Croissance de composante de revenu et sectorielle

L'évaluation de l'impact sur la pauvreté de la croissance d'un secteur de l'économie ou d'une composante du revenu peut-être réalisée en utilisant les outils développés ci-haut. Par exemple, nous pouvons évaluer de combien la pauvreté agrégée diminuerait par pourcentage de taux de croissance dans le secteur industriel (un changement sectoriel), ou par dollar de croissance dans le secteur agricole (une composante du revenu agrégé).

Supposons que le revenu total X soit la somme des C composantes du revenu, avec $X = \sum_{c=1}^{C} \lambda_c X_c$, et où λ_c est un facteur qui multiplie la composante du revenu X_c et qui peut être sujet à la croissance. La dérivée de l'indice FGt normalisé par rapport à λ_c est donnée par

$$\left.\frac{\partial \overline{P}_X(z;\alpha)}{\partial \lambda_c}\right|_{\lambda_c=1, c=1,\ldots,C} = CD_c(z;\alpha), \tag{109}$$

où cette courbe $CD_c(z;\alpha)$ est maintenant une courbe de "dominance en composante" pour une composante du revenu ou un revenu sectoriel X_c. Multipliée par un changement proportionnel $d\lambda_c$, $CD_c(z;\alpha)$ nous donnera le changement marginal des indices FGT que nous pouvons espérer suite à la croissance de la composante ou du secteur c.

Toutefois, nous pouvons raisonnablement nous attendre à ce qu'un changement d'un pourcentage donné dans un gros secteur ou dans une grosse composante du revenu ait un impact plus important sur la pauvreté que les autres. Pour prendre ce facteur en considération, nous pouvons plutôt calculer le changement dans les indices FGT *par dollar* de croissance *per capita*. C'est ce que nous donne la courbe CD normalisée du bien c :

$$\left.\frac{\partial \overline{P}(z;\alpha)/\partial \lambda_c}{\partial \mu_X/\partial \lambda_c}\right|_{\lambda_c=1, c=1,\ldots,C} = \overline{CD}_c(z;\alpha). \tag{110}$$

Finalement, nous pouvons calculer l'*élasticité*-croissance de la pauvreté, où la croissance totale provient uniquement de la croissance de la composante X_c. De (110), on obtient que :

$$\frac{\left.\frac{\partial \overline{P}(z;\alpha)/\partial \lambda_c}{\partial \mu_X/\partial \lambda_c}\right|_{\lambda_c=1,c=1,\ldots,C}}{\overline{P}(z;\alpha)/\mu_X} = \frac{\overline{CD}_c(z;\alpha)}{\overline{P}(z;\alpha)} \cdot \mu_X. \tag{111}$$

5.4 Élasticité croissance totale de la pauvreté

À quel rythme la croissance neutre à l'inégalité dans l'économie peut-elle réduire la pauvreté ? À partir de quel groupe peut-on espérer voir cette croissance diminuer le plus la pauvreté agrégée ? Et dans quel groupe cette croissance peut-elle faire diminuer le plus la pauvreté ?

En utilisant (94), il peut être démontré que l'élasticité de la pauvreté totale $P(z;\alpha)$ par rapport au revenu total – lorsque la croissance du revenu total provient uniquement de la croissance du group k – est égale à

$$\varepsilon^y(k;z;\alpha) = \frac{\alpha\left[P(k;z;\alpha) - zP(k;z;\alpha-1)\right]}{P(z;\alpha)} \tag{112}$$

pour $\alpha \neq 0$. Tel que discuté plus haut, il demeure incertain si les groupes d'une extrême pauvreté seraient la source de croissance la plus bénéfique sur la réduction de la pauvreté totale. Notez aussi qu'en remplaçant $P(k;z;\alpha)$ et $P(k;z;\alpha-1)$ par $P(z;\alpha)$ et $P(z;\alpha-1)$, respectivement, nous obtenons un cas spécial de l'élasticité de la pauvreté par rapport à la croissance neutre à l'inégalité dans l'économie globale, $\varepsilon^y(z;\alpha)$. Un autre cas spécial survient lorsque $P(z;\alpha)$ est remplacé par $P(k;z;\alpha)$: nous obtenons l'élasticité de la pauvreté du groupe k par rapport à la croissance neutre à l'inégalité du même groupe.

Si $\alpha = 0$, (112) devient alors :

$$\varepsilon^y(k;z;\alpha=0) = \frac{-zf(k;z)}{F(z)}. \tag{113}$$

Cette expression possède une interprétation graphique intéressante. Pour s'en rendre compte, prenez par exemple le Graphique **??** où la densité du revenu $f(y)$ à différents revenus y est représentée. Rappelons que l'aire sous la courbe $f(y)$ jusqu'à $y = z$ nous donne le taux de pauvreté $F(z)$. Le terme $z \cdot f(k;z)$ dans (113) est l'aire sur le Graphique **??** du rectangle de largeur z et de hauteur $f(z)$. Ainsi, l'élasticité (en valeur absolue) du taux de pauvreté par rapport à la croissance neutre à l'inégalité est donnée, sur le Graphiqe **??**, par le ratio de la superficie du rectangle $z \cdot f(k;z)$ sur la portion ombragée de $F(z)$.

Il devient alors évident que l'élasticité dépasse 1 quand le seuil de pauvreté z est plus petit que le (premier) mode de la distribution. En fait, elle dépassera 1 dans le Graphique **??** pour n'importe quel seuil de pauvreté jusqu'à environ z'. Pour des seuils plus grands que z', la valeur absolue de l'élasticité de la croissance sera inférieure à 1. Cela peut avoir des conséquences importantes sur les politiques. Pour les sociétes dont le seuil de pauvreté est jugé inférieur au mode (qui n'est en réalité pas loin de la médiane), le taux de pauvreté diminuera à un taux proportionnel qui est plus élevé que le taux de croissance des niveaux de vie moyens. Mais pour celles dont le taux de pauvreté se trouve initialement élevé (disons plus grand que 0.5), nous pouvons nous attendre à ce que l'élasticité de la croissance du taux de pauvreté soit inférieure à 1. Cela veut dire que la croissance neutre à l'inégalité risque d'avoir un impact proportionnellement plus faible dans les pays pauvres que dans les pays riches.

5.5 L'élasticité Gini de la pauvreté

Il peut aussi être intéressant de prédire comment les changements d'inégalité vont affecter la pauvreté. Le problème est que, contrairement au cas de la croissance du revenu moyen, ce n'est pas aussi évident de savoir quel profil de changement d'inégalité nous devrions utiliser. Tel que discuté plus haut, un cas naturel de référence pour analyser l'impact de la croissance est celui de la croissane neutre à l'inégalité – tous les revenus varient proportionnellement par le même taux de croissance que le revenu moyen. Dans le cas des changements d'inégalité, quel indice d'inégalité devrait être utilisé ? Et, en supposant que nous choisissions un tel indice, lequel des différents moyens avec lesquels cet indice change devrions-nous employer ? Chacun de ces moyens peut avoir un impact considérablement différent sur la pauvreté.

Alors essayer de prédire l'effet sur la pauvreté d'un processus de changement dans l'inégalité, en se servant d'un seul indicateur d'inégalité, équivaut en fait à en demander beaucoup trop aux indices d'inégalité. Il ne peut pas vraiment exister une relation structurelle stable entre les indices d'inégalité et la pauvreté, même en supposant que le revenu moyen soit constant. Ce résultat vient donc jeter un sérieux doute sur la validité structurelle de plusieurs études qui régressent les changements dans les indices de pauvreté sur les changements dans les indices d'inégalité, et qui par la suite tentent d'expliquer ou de prédire l'impact des changements d'inégalité sur la pauvreté.

Ce qui peut être fait, par contre, c'est d'*illustrer* comment certains profils particuliers et simplistes de changements d'inégalité peuvent affecter la pauvreté. Une telle illustration peut être réalisée en se servant d'un processus de bipolarisation à un seul paramètre (λ) décrit par l'équation (18). Comment la pauvreté change-t-elle suite à un changement d'inégalité dû à cette bipolarisation ? Pour le savoir, nous utilisons les indices de pauvreté et d'inégalité les plus populaires, les indices FGT et de Gini (le résultat est exactement le même si nous utilisons les indices de la famille S-Gini). Supposons que le changement d'inégalité provienne du fait que λ s'éloigne légèrement de 1. L'impact sur l'indice FGT normalisé est donné par

$$\partial \overline{P}(z;\alpha)/\partial\lambda\Big|_{\lambda=1} = \alpha\left(P(z;\alpha) + \left(\frac{\mu}{z} - 1\right) P(z;\alpha-1)\right). \tag{114}$$

Ainsi, l'élasticité des indices de pauvreté FGT (normalisés ou non) par rapport à l'indice de Gini, pour un $\alpha > 0$, est donné par

$$\varepsilon^G(z;\alpha) = \alpha\left(1 + \frac{P(z;\alpha-1)}{P(z;\alpha)}\left(\frac{\mu}{z} - 1\right)\right). \tag{115}$$

Lorsque le taux de pauvreté est employé, nous obtenons

$$\varepsilon^G(z;\alpha=0) = f(z)\,(\mu - z)\,. \tag{116}$$

Notez que même avec ce processus simplifié de changement d'inégalité, son impact final sur la pauvreté demeure ambigu. Celui-ci dépend en partie du signe de $(\mu - z)$. Quand le revenu moyen est sous le seuil de pauvreté, une hausse de l'indice de Gini peut – et, pour le taux de pauvreté, *fera* – diminuer la pauvreté.

6 L'impact des politiques et de la croissance sur l'inégalité

6.1 Croissance, taxation et politique de transfert, et chocs de prix

Nous pouvons maintenant nous occuper de l'impact des politiques et de la croissance sur l'inégalité. L'approche que nous utiliserons nous permettra de considérer l'impact sur l'inégalité de plusieurs façons, selon le changement de revenu qui peut se produire. L'une d'entre elles est la croissance qui survient à l'intérieur du groupe socio-économique bien précis. Une autre est la croissance qui n'affecte que les revenus d'un certain type – tels que les revenus agricoles, ou les revenus urbains informels. Ensuite, il y a l'impact des changements de prix, qui affectent le revenu réel et sa distribution. Et enfin, il y a l'impact de certaines taxes ou de certaines politiques de bénéfices, telles que celles qui changent les taux de subside sur la production de certains biens, ou qui augmentent la valeur monétaire de transferts effectués à certains groupes socio-économiques.

Pour chacune de ces situations engendrant un effet sur le revenu, nous pouvons nous intéresser à la valeur absolue du changement dans l'inégalité, ou bien à la valeur absolue de ce même changement pour chaque changement d'un certain pourcentage du revenu réel moyen, ou encore à l'élasticité de l'inégalité par rapport au revenu moyen.

Supposons que nous ayions, tout comme ci-haut, que le niveau de vie total X est la somme de C composantes, $X = \sum_{c=1}^{C} \lambda_c X_c$, auxquels nous attribuons un facteur λ_c. Nous avons alors que $\mu_X = \sum_{c=1}^{C} \lambda_c \mu_{X_c}$. Si nous sommes intéressés par la consommation totale, nous devons considérer que les X_c sont des types différents de dépenses de conommation. Si nous pensons plutôt à une taxe ou à une politique de bénéfice, alors certains des X_c peuvent être des transferts ou des taxes. Si, par contre, nous nous intéressons plus à l'impact de la croissance sectorielle sur l'inégalité dans le revenu, nous devons alors considérer que les X_c sont des sources différentes de revenus, ou des revenus provenant de différents groupes socio-économiques. Dans ce cas, comment les variations de λ_c affectent-elles l'inégalité ?

Nous allons considérer deux manières de mesurer l'inégalité : la courbe de Lorenz et les indices d'inégalité S-Gini – dont le traditionnel indice de Gini représente, encore une fois, un cas particulier. La dérivée de la courbe de Lorenz de X par rapport à λ_c est donnée par :

$$\left.\frac{\partial L_X(p)}{\partial \lambda_c}\right|_{\lambda_c=1, c=1,\ldots,C} = \frac{\mu_{X_c}}{\mu_X} \left(C_{X_c}(p) - L_X(p) \right). \tag{117}$$

L'équation (117) nous donne alors le changement dans la courbe de Lorenz pour chaque changement proportionnel à 100% de la valeur de X_c. Supposons que la composante du revenu X_c augmentera d'environ 10% au cours de la prochaine année. Alors nous pouvons prédire que la courbe de Lorenz $L_X(p)$ augmentera d'environ $10\% \cdot \mu_{X_c}/\mu_X \left(C_{X_c}(p) - L_X(p) \right)$ durant la même période. Jusqu'à quel point cet impact sera important sur l'inégalité dépend de l'ampleur du changement proportionnel, de l'importance de la composante (μ_{X_c}), et sur la concentration de cette composante relativement à celle du total des niveaux de vie (la différence $C_{X_c}(p) - L_X(p)$).

Un résultat semblable est obtenu à partir des indices de Gini :

$$\left.\frac{\partial I_X(\rho)}{\partial \lambda_c}\right|_{\lambda_c=1, c=1,\ldots,C} = \frac{\mu_{X_c}}{\mu_X} \left(IC_{X_c}(\rho) - I_X(\rho) \right). \tag{118}$$

Ainsi, si par exemple nous prévoyons que le retrait d'un subside ou la venue d'un choc externe va augmenter de 10% le prix d'un bien X_c, nous pouvons également prédire que l'indice de Gini variera par approximativement $-\left[10\% \cdot \mu_{X_c}/\mu_X \left(C_{X_c}(p) - L_X(p)\right)\right]$ (le signe négatif provient du fait qu'une hausse du prix d'un bien engendre une diminution de la valeur réelle des dépenses faites sur ce bien).

Nous pourrions également évaluer l'impact sur l'inégalité d'une variation de 100% du revenu moyen. Pour la courbe de Lorenz, nous avons que

$$\mu_X \left.\frac{\partial L_X(p)/\partial \lambda_c}{\partial \mu_X/\partial \lambda_c}\right|_{\lambda_c=1, c=1,\ldots,C} = C_{X_c}(p) - L_X(p) \tag{119}$$

et pour les indices de Gini :

$$\mu_X \left.\frac{\partial I_X(\rho)/\partial \lambda_c}{\partial \mu_X/\partial \lambda_c}\right|_{\lambda_c=1, c=1,\ldots,C} = IC_{X_c}(\rho) - I_X(\rho) \tag{120}$$

En multipliant les deux expressions ci-haut par l'impact proportionnel qu'un changement dans X_c pourrait avoir sur le revenu total *per capita*, nous obtenons la valeur absolue prédite du changement dans l'inégalité. Par exemple, si nous prévoyons que la croissance dans les régions rurales fera croître le revenu moyen d'un pays de 5%, alors la courbe de Lorenz du revenu total en p variera par approximativement $0.05\left(C_{X_c}(p) - L_X(p)\right)$, où X_c est le revenu rural.

Finalement, il pourrait aussi être intéressant de connaître l'élasticité de l'inégalité par rapport à μ_X, lorsque la croissance provient uniquement de X_c. Le tout nous est donné par

$$\frac{C_{X_c}(p)}{L_X}(p) - 1 \tag{121}$$

pour la courbe de Lorenz, et par

$$\frac{IC_{X_c}(\rho)}{I_X(\rho)} - 1 \tag{122}$$

pour les indices de Gini. Ainsi, une hausse des taxes sur le travail agricole qui réduit le revenu moyen total (net de taxes) de 1% fera varier l'indice de Gini de $1 - IC_{X_c}(\rho)/I_X(\rho)$ pourcent.

6.2 Réforme fiscale

Tout comme dans le cas de la pauvreté, il est utile d'évaluer l'impact d'une réforme de prix (à l'aide de taxes sur la consommation et la production) sur l'inégalité. Supposons que nous voulions évaluer les effets d'une réforme fiscale neutre au revenu qui augmente la taxe sur un bien l au profit d'une diminution de la taxe sur un bien j. Rappelons que γ représente le CMFP pour j sur celui de l –

plus la valeur de γ est grande, plus la diminution de t_j que nous pouvons générer sera grande, pour une augmentattion donnée de la taxe neutre au revenu t_l. Une hausse de 100% du prix du bien l a alors l'impact suivant

$$\left.\frac{\partial L_X(p)}{\partial t_l}\right|_{\text{neutralité au revenu}} = \frac{\mu_{x_l(q)}}{\mu_X}\left[\gamma\left(C_{X_j}(p) - L_X(p)\right) - (C_{X_l}(p) - L_X(p))\right] \tag{123}$$

sur la courbe de Lorenz et un impact de

$$\left.\frac{\partial I_X(\rho)}{\partial t_l}\right|_{\text{neutralité au revenu}} = \frac{\mu_{x_l(q)}}{\mu_X}\left[\gamma\left(IC_{X_j}(\rho) - I_X(\rho)\right) - (IC_{X_l}(\rho) - I_X(\rho))\right] \tag{124}$$

sur les indices de Gini. Lorsque $\gamma = 1$, *viz*, et si l'efficacité économique relative de taxer l ou j n'est pas d'intérêt, alors les expressions (123) et (124) peuvent être réduites à un simple multiple de la différence entre les courbes de concentration et les indices de concentration de ces deux biens. Il est alors plus avantageux pour réduire l'inégalité de taxer plus le bien moins concentré chez les pauvres au profit d'une réduction de taxes sur les autres biens, moins concentrés chez les plus riches. Les changements de valeur de γ peuvent parfois changer le bien pour lequel la taux de taxation devrait être haussé pour réduire l'inégalité. Nous pouvons également exprimer ces changements d'inégalité pour chaque variation de 100% dans la valeur du revenu réel *per capita* de la manière suivante

$$\gamma\left(C_{X_j}(p) - L_X(p)\right) - (C_{X_l}(p) - L_X(p)) \tag{125}$$

pour la courbe de Lorenz et

$$\gamma\left(IC_{X_j}(\rho) - I_X(\rho)\right) - (IC_{X_l}(\rho) - I_X(\rho)) \tag{126}$$

pour les indices de Gini.

Références

[1] Araar, A. (1998), “Les mesures d'inégalité relative et les fonctions de bien-être social”, ch. 3, in *Le bien-être des ménages et la transition économique en Pologne*, Ph.D. thesis, département d'économique, Université Laval, 49–68.

[2] Araar, A. and J.-Y. Duclos (1999), “ An Atkinson-Gini Family of Social Evalution Functions” Working Paper 9826, CRÉFA, Département d'économique, Université Laval.

[3] Anderson, G. (1996), "Nonparametric Tests of Stochastic Dominance In Income Distributions" *Econometrica* , **64 (5)**, 1183–1193.

[4] Atkinson, A.B. (1995), *Incomes and the Welfare State*, Cambridge University Press, Cambridge.

[5] Atkinson, A.B. (1991), "Measuring Poverty and Differences in Family Composition", *Economica*, **59 (233)**, 1–16.

[6] Atkinson, A.B. (1987), "On the Measurement of Poverty", *Econometrica*, **55 (4)**, 749–764.

[7] Atkinson, A.B. (1979), "Horizontal Equity and the Distribution of the Tax Burden", in H.J. Aaron and M.J. Boskin (eds), *The Economics of Taxation*, ch. 1, Brookings Institution, Washington DC, 3–18.

[8] Atkinson, A.B. (1970), "On the Measurement of Inequality", *Journal of Economic Theory*, **2**, 244–263.

[9] Atkinson, A.B. and F. Bourguignon (1987), "Income Distribution and Differences in Needs" in George R. Feiwel (ed), ch. 12 in *Arrow and the Foundations of the Theory of Economic Policy*, New York University Press, 350–370.

[10] Atkinson, A.B. and F. Bourguignon (1982), "The Comparison of Multi-Dimensional Distributions of Economic Status", ch. 2 in *Social Justice and Public Policy*, Harvester Wheatsheaf, London ; and in *Review of Economic Studies*, 1983, **49, (2)**, 183–201.

[11] Bahadur, R.R. (1966), "A Note on Quantiles in Large Samples" *Annals of Mathematical Statistics*, **37**, 577–80.

[12] Banks, J. and P. Johnson (1994), "Equivalence Scale Relativities Revisited", *The Economic Journal*, **104 (425)**, 883–890.

[13] Barrett, G.F., and K. Pendakur (1995), "The Asymptotic Distribution of the Generalized Gini Indices of Inequality", *Canadian Journal of Economics*, **28 (4b)**, 1042–1055.

[14] Beach, C. and R. Davidson, N. (1983), "Distribution-Free Statistical Inference with Lorenz Curves and Income Shares", *Review of Economic Studies*, **50 (4)**, 723–35.

[15] Beach, C. and S.F. Kaliski (1986), "Lorenz Curve Inference with Sample Weights : An Application to the Distribution of Unemployment Experience", *Applied Statistics*, **35 (1)**, 38–45.

[16] Beach, C. and J. Richmond (1985), "Joint Confidence Intervals for Income Shares and Lorenz ', *International Economic Review*, **26 (2)**, 439–50.

[17] Bishop, J.A., K.V. Chow and B. Zheng (1995), "Statistical Inference and Decomposable Poverty Measures" *Bulletin of Economic Research*, **47**, 329–340.

[18] Bishop, J.A., J.P. Formby and B. Zheng (1997), "Statistical Inference and the Sen Index of Poverty" *International Economic Review*, **38**, 381–387.

[19] Bishop, J.A., J.P. Formby and W.J. Smith (1991), "Lorenz Dominance and Welfare : Changes in the U.S. Distribution of Income, 1967-1986", *Review of Economics and Statistics*, **73**, 134–140.

[20] Bishop, J.A., J.P. Formby and P.D. Thistle (1992), "Convergence of the South and Non-South Income Distributions, 1969–1979", *American Economic Review*, **82**, 262–72.

[21] Bishop, J.A., S. Chakraborti and P.D. Thistle (1989), "Asymptotically Distribution-Free Statistical Inference for Generalized Lorenz Curves" *The Review of Economics and Statistics*, **LXXI**, 725–27.

[22] Blackorby, C. and D. Donaldson (1978), "Measures of Relative Equality and Their Meaning in Terms of Social Welfare" *Journal of Economic Theory*, **18**, 59–80.

[23] Blackorby, C. and D. Donaldson (1980), "Ethical Indices for the Measurement of Poverty" *Econometrica*, **48**, 1053–1062.

[24] Bourguignon, F. and G. Fields (1997), "Discontinuous Losses from Poverty, Generalized Measures, and Optimal Transfers to the Poor" *Journal of Public Economics*, **63**, 155–175.

[25] Buhmann, B., L. Rainwater, G. Schmaus and T. Smeeding (1988), "Equivalence Scales, Well-Being, Inequality and Poverty : Sensitivity Estimates Across Ten Countries Using the Luxembourg Income Study Database", *Review of Income and Wealth*, **34**, 15–142.

[26] Chakravarty, S.R. (1983a), "A New Index of Poverty" *Mathematical Social Sciences*, **6**, 307–313.

[27] Chakravarty, S.R. (1983b), "Ethically Flexible Measures of Poverty", *Canadian Journal of Economics*, **XVI, (1)**, 74–85.

[28] Chakravarty, S.R. (1990), *Ethical Social Index Numbers*, New York, Springer-Verlag.

[29] Chakravarty, S.R. (1997), "On Shorrocks' Reinvestigation of the Sen Poverty Index" *Econometrica*, **65**, 1241–1242.

[30] Clark, S., R. Hamming and D. Ulph (1981), "On Indices for the Measurement of Poverty", *The Economic Journal*, **91**, 515–526.

[31] Coulter, F.A.E., F.A. Cowell and S.P. Jenkins (1992), "Differences in Needs and Assessment of Income Distributions", *Bulletin of Economic Research*, **44 (2)**, 77–124.

[32] Coulter, F.A.E., F.A. Cowell and S.P. Jenkins (1992), "Equivalence Scale Relativities and the Measurement of Inequality and Poverty", *The Economic Journal*, **102**, 1–16.

[33] Cowell, Frank (1995), *Measuring Inequality*, LSE Handbook in Economics, Prentice Hall / Harvester Wheatsheaf.

[34] Cowell, F.A. (1989), "Sampling Variance and Decomposable Inequality Measures", *Journal of Econometrics*, **42**, 27–41.

[35] Cowell, F.A., and M.P. Victoria-Feser (1996), "Robustness Properties of Inequality Measures", *Econometrica*, **42**, 77–101.

[36] Dalton, H. (1920), "The Measurement of the Inequality of Incomes", *The Economic Journal*, **30 (119)**, 348–61.

[37] Dasgupta, P., A. Sen and D. Starret (1973), "Notes on the Measurement of Inequality", *Journal of Economic Theory*, **6 (2)** 180–187.

[38] Datt, G. and M. Ravallion (1992), "Growth and Redistribution Components of Changes in Poverty Muasures : a Decomposition with Applications to Brazil and India in the 1980's", *Journal of Development Economics*, **38**, 275–295.

[39] Davidson, R. and J.Y. Duclos (1997), "Statistical Inference for the Measurement of the Incidence of Taxes and Transfers", *Econometrica*, **65 (6)**, 1453–1465.

[40] Davidson, R. and J.Y. Duclos (1998), "Statistical Inference for Stochastic Dominance and the for the Measurement of Poverty and Inequality", Cahier de recherche 98-05, Département d'économique, Université Laval.

[41] Davies, J. and M. Hoy (1995), "Making Inequality Comparisons When Lorenz Curves Intersect", *American Economic Review*, **85 (4)**, 980–986.

[42] Davies, J. and M. Hoy (1994), "The Normative Significance of Using Third-Degree Stochastic Dominance in Comparing Income Distributions", *Journal of Economic Theory*, **64 (2)**, 520–530.

[43] De Vos, Klaas, and M. Asghar Zaidi (1997), "Equivalence Scale Sensitivity of Poverty Statistics for the Member States of the European Community", *Review of Income and Wealth*, **43 (3)**, 319–334.

[44] Donaldson, D. and J.A. Weymark (1983), "Ethically Flexible Gini Indices for Income Distributions in the Continuum", *Journal of Economic Theory*, **29 (2)**, 353–358.

[45] Donaldson, D. and J.A. Weymark (1980), "A Single Parameter Generalization of the Gini Indices of Inequality", *Journal of Economic Theory*, **22**, 67–86.

[46] Duclos, J.-Y. (1999) "Gini Indices and the Redistribution of Income", forthcoming in *International Tax and Public Finance*.

[47] Duclos, J.-Y. (1997), "The Asymptotic Distribution of Linear Indices of Inequality, and Redistribution", *Economics Letters*, **54 (1)**, 51–57.

[48] Duclos, J.-Y. (1996), “Les tendances et les outils de la redistribution des revenus”, ch.9 in *La réinvention des institutions et le rôle de l’état*, actes du 21 ème congrès annuel de l’ASDEQ.

[49] Duclos, J.-Y. (1995), “On Equity Aspects of Imperfect Poverty Relief”, *Review of Income and Wealth*, **41 (2)**, 177–190.

[50] Duclos, J.-Y. (1993), “Progressivity, Redistribution and Equity, with Application to the British Tax and Benefit System”, *Public Finance /Finances Publiques*, **48 (3)** 350–365.

[51] Duclos, J.-Y. and M. Mercader-Prats (1999), “Household Needs and Poverty : With Application to Spain and the UK”, *Review of Income and Wealth*, **45 (1)**, 77–98.

[52] Duclos, J.-Y., and P.J. Lambert (1999), “A Normative and Statistical Approach to Measuring Classical Horizontal Equity”, forthcoming in *Canadian Journal of Economics*.

[53] Duclos, J.-Y., and M. Tabi (1999), “Inégalité et redistribution du revenu, avec une application au Canada”, forthcoming in *Actualité Économique*.

[54] Fields, G.S. (1994), “Data for Measuring Poverty and Inequality Changes in the Developing s”, *Journal of Development Economics*, **44**, 87–102.

[55] Findlay, J., and R.E. Wright (1996), “Gender Poverty and the Intra-Household Distribution of Resources”, *Review of Income and Wealth*, **42 (3)**, 335–352.

[56] Fishburn, P.C., and R.D. Willig (1984), “Transfer Principles in Income Redistribution” *Journal of Public Economics*, **25**, 323–328.

[57] Formby, J.P., W.J. Smith and B. Zheng (1998), “Inequality Orderings, Stochastic Dominance and Statistical Inference” paper presented at the 1998 Chicago Meeting of the Econometric Society.

[58] Foster, J.E. (1998), “What is Poverty and Who Are the Poor ? Redefinition for the United States in the 1990’s, *AEA Papers and Proceedings*, **88 (2)** 335–341.

[59] Foster, J.E., (1984), “On Economic Poverty : A Survey of Aggregate Measures” in R.L. Basmann and G.F. Rhodes, eds., *Advances in Econometrics*, **3**, Connecticut, JAI Press, 215–251.

[60] Foster, .E. and A. Sen (1997), “On Economic Inequality after a Quarter Century”, in *On Economic Inequality* (expanded edition), Oxford, Clarendon Press.

[61] Foster, J.E. and A.F. Shorrocks (1991), “Subgroup Consistent Poverty Indices”, *Econometrica* , **59 (3)**, 687–709.

[62] Foster, J.E. and A.F. Shorrocks (1988a), “Poverty Orderings”, *Econometrica*, **56 (1)**, 173-177.

[63] Foster, J.E. and A.F. Shorrocks (1988b), "Poverty Orderings and Welfare Dominance", *Social Choice Welfare*, **5**, 179–198.

[64] Foster, J.E. and A.F. Shorrocks (1988c), "Inequality and Poverty Orderings", *European Economic Review*, **32**, 654–662.

[65] Foster, J.E., J. Greer and E. Thorbecke (1984), "A Class of Decomposable Poverty Measures", *Econometrica*, **52 (3)**, 761–776.

[66] Gottschalk, P. and T.M. Smeeding (1997), "Cross-National Comparisons of Earnings and Income Inequality", *Journal of Economic Literature*, **35**, June, 633–687.

[67] Greer, J. and E. Thorbecke (1986), "A Methodology for Measuring Food Poverty Applied to Kenya", *Journal of Development Economics*, **24**, 59–74.

[68] Gustafsson, B. and L. Nivorozhkina (1996), "Relative Poverty in Two Egalitarian Societies : A Comparison Between Taganrog, Russia During the Soviet Era and Sweden", *Review of Income and Wealth*, **42 (3)**, 321–334.

[69] Haddad, L. and R. Kanbur (1990), "How Serious is the Neglect of Intra-Household Inequality ?", *The Economic Journal*, **100**, 866–881.

[70] Hagenaars, A, (1987), "A Class of Poverty Indices", *International Economic Review*, **28 (3)**, 583–607.

[71] Hagenaars, A. and K. de Vos (1988), "The Definition and Measurement of Poverty", *The Journal of Human Ressources*, **XXIII (2)**, 211–221.

[72] Hagenaars, A.J.M. and B.M.S. Van Praag (1985), "A Synthesis of Poverty Line Definitions", *The Review of Income and Wealth*, **31 (2)**, 139–153.

[73] Härdle, W. (1990), *Applied Nonparametric Regression*, Cambridge University Press, Cambridge.

[74] Hey, J.D. and P.J. Lambert (1980), "Relative Deprivation and the Gini Coefficient : Comment", *Quarterly Journal of Economics*, **95**, 567–573.

[75] Howes, S. (1994), "Distributional Analysis Using Dominance Criteria : With Applications to Chinese Survey Data", STICERD, London School of Economics.

[76] Howes, S. (1993), "Asymptotic Properties of Four Fundamental Curves of Distributional Analysis", STICERD, London School of Economics.

[77] Howes, S., and J.O. Lanjouw (1998), "Does Sample Design Matter for Poverty Rate Comparisons ?", *Review of Income and Wealth*, **44**, 99–109.

[78] Jenkins, S.P. (1988), "Reranking and the Analysis of Income Redistribution", *Scottish Journal of Political Economy*, **35**,65–76.

[79] Jenkins, S.P. and F.A. Cowell (1994), "Parametric Equivalence Scales and Scale Relativities", *Economic Journal*, **104**, 891–900.

[80] Jenkins, S.P. and P.J. Lambert (1998), “Three ’I’s of Poverty Curves and Poverty Dominance : TIPs for Poverty Analysis”, *Research on Economic Inequality*, **8**.

[81] Jenkins, S.P. and P.J. Lambert (1997), “Three ’I’s of Poverty Curves, With an Analysis of UK Poverty Trends”, *Oxford Economic Papers*, **49**, 317–327.

[82] Jenkins, S.P. and P.J. Lambert (1993), “Ranking Income Distributions when Needs Differ”, *Review of Income and Wealth*, **39 (4)**, 337–356.

[83] Kakwani, N.C. (1993), “Statistical Inference in the Measurement of Poverty”, *Review of Economics and Statisitics*, **75 (3)**, 632–639.

[84] Kakwani, N.C. (1980), “On a Class of Poverty Measures” *Econometrica*, **48**, 437–446.

[85] Kakwani, N.C. (1977), ”Measurement of Tax Progressivity : An International Comparison”, *Economic Journal*, **87**, 71–80.

[86] Kodde, D.A. and F.C. Palm (1986), “Wald Criteria for Jointly Testing Equality and Inequality Restrictions” *Econometrica*, **54**, 1243–1248.

[87] Kolm, S.C. (1970), “Unequal Inequalities, I” *Journal of Economic Theory*, **12**, 416–42.

[88] Lambert, P. (1993), *The Distribution and Redistribution of Income : a Mathematical Analysis*, second edition, Manchester University Press, Manchester, 306p.

[89] Lambert, P.J. and J.R. Aronson (1993), “Inequality Decomposition Analysis and the Gini Coefficient Revisited”, *Economic Journal*, **103**, 1221–1227.

[90] Lanjouw, P. and M. Ravallion (1995), “Poverty and Household Size”, *The Economic Journal*, **105**, 1415–1434.

[91] Mayshar, J. and S. Yitzhaki (1996), “Dalton-improving Tax Reform : When Households Differ in Ability and Needs”, *Journal of Public Economics*, **62**, 399–412.

[92] Mayshar, J. and S. Yitzhaki (1995), “Dalton-Improving Indirect Tax Reform”, *American c Review*, September, **85 (4)**, 793–807.

[93] Mehran, F. (1976), “Linear Measures of Income Inequality”, *Econometrica*, **44 (4)**, 805–809.

[94] Mills, J.A. and S. Zandvakili (1997), “Statistical Inference Via Bootstrapping For Measures of Inequality”, *Journal of Applied Econometrics*, **12**, 133–150.

[95] Muliere, P. and M. Scarsini (1989), “A Note on Stochastic Dominance and Inequality Measures”, *Journal of Economic Theory*, **49 (2)** 314–323.

[96] Newbery, D.M. (1995), "The Distributional Impact of Price Changes in Hungary and the United Kingdom", *The Economic Journal*, **105**, 847–863.

[97] O'Higgins, M., G. Schmaus and G. Stephenson (1989), "Income Distribution and Redistribution : A Microdata Analysis for Seven Countries", *Review of Income and Wealth*, **35 (2)**, 107–131.

[98] Okun, A.M. (1975), *Equality and Efficiency : The Big Tradeoff*, Brookings Institution, Washington.

[99] Palme, M. (1996), "Income Distribution Effects of the Swedish 1991 Tax Reform : An Analysis of a Microsimulation Using Generalized Kakwani Decomposition", *Journal of Policy Modelling*, **18**, 419–443.

[100] Pfahler, W. (1987), "Redistributive Effects of Tax Progressivity : Evaluating a General Class of Aggregate Measures", *Public Finance/ Finances Publiques*, **42 (3)**, 1–31.

[101] Phipps, S.A. (1993), "Measuring Poverty Among Canadian Households, Sensitivity to Choice of Measure and Scale", *Journal of Human Resources*, **28 (1)**, 162–184.

[102] Plotnick, R. (1981), "A Measure of Horizontal Inequity", *The Review of Economics and Statistics*, **LXII (2)**, 283–288.

[103] Preston, I. (1995), "Sampling Distributions of Relative Poverty Statistics" *Applied Statistics*, **44**, 91–99.

[104] Rao, R.C. (1973), *Linear Statistical Inference and Its Applications*, John Wiley and Sons , New York, 625 pages.

[105] Ravallion, M. (1996), "Issues in Measuring and Modelling Poverty", *The Economic Journal*, **106**, 1328–1343.

[106] Ravallion, M. (1994), *Poverty Comparisons*, Fundamentals of Pure and Applied Economics, Harwood Academic Publishers, Switzerland.

[107] Ravallion, M. and B. Bidani (1994), "How Robust is a Poverty Profile ?", *The World Bank Economic Review*, **8 (1)**, 75–102.

[108] Richmond, J. (1982), "A General Method for Constructing Simultaneous Confidence Intervals" *Journal of the American Statistical Association*, **77**, 455–460.

[109] Rongve, I. (1997), "Statistical Inference for Poverty Indices with Fixed Poverty Lines", *Applied Economics*, **29**, 387–392.

[110] Rothschild, M. and J.E. Stiglitz (1973), "Some Further Results on the Measurement of Inequality", *Journal of Economic Theory*, **6 (2)**,188–204.

[111] Runciman, W. G. (1966), *Relative Deprivation and Social Justice : A Study of Attitudes to Social Inequality in Twentieth-Century England*, Berkeley and Los Angeles, University of California Press.

[112] Sahn, D.E., Stephen Younger and Kenneth R. Simler (1996), "Dominance Testing of Transfers in Romania", Cornell University, 1–16.

[113] Sen, A.K. (1992), *Inequality Re-examined*, Clarendon Press, Oxford.

[114] Sen, A.K. (1985), *Commodities and Capabilities*, North-Holland, Amsterdam.

[115] Sen, A.K. (1984), "Poor, Relatively Speaking", in *Resources, Values and Development*, Basil Blackwell, Oxford, 325–345.

[116] Sen, A.K. (1981), *Poverty and Famine : An Essay on Entitlement and Deprivation*, Clarendon Press, Oxford University Press.

[117] Sen, A.K. (1976), "Poverty : An Ordinal Approach to Measurement", *Econometrica*, **44**, 219–231.

[118] Sen, A.K. (1973), *On Economic Inequality*, Clarendon Press, Oxford.

[119] Shorrocks, A.F. (1998), "Deprivation Profiles and Deprivation Indices" ch.11 in *The Distribution of Household Welfare and Household Production*, ed. S. Jenkins et al., Cambridge University Press.

[120] Shorrocks, A.F. (1995), "Revisiting the Sen Poverty Index", *Econometrica*, **63 (5)**, 1225–1230.

[121] Shorrocks, A.F. (1987), "Transfer Sensitive Inequality Measures", *Review of Economic Studies*, **LIV**, 485–497.

[122] Shorrocks, A.F. (1984), "Inequality Decomposition by Population Subgroups", *Econometrica*, **52 (6)**, 1369–1385.

[123] Shorrocks, A.F. (1983), "Ranking Income Distributions", *Economica*, **50**, 3–17.

[124] Shorrocks, A.F. (1980), "The Class of Additively Decomposable Inequality Measures", *Econometrica*, **48 (3)**, 613–625.

[125] Silverman, B.W. (1986), *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*, London, Chapman and Hall.

[126] Smeeding, T, L. Rainwater, and M. O'Higgins (1990). *Poverty, Inequality, and the Distribution of Income in an International Context : Initial Research from the Luxembourg Income Study (LIS)*, Wheatsheaf Books, London.

[127] Spencer, B.D. and S. Fisher (1992), "On Comparing Distributions of Poverty Gaps", *The Indian Journal of Statistics*, **54 (B)**, 114–126.

[128] Summers, R. and A. Heston (1991), "The Penn World Table (Mark 5) : An Expanded Set of International Comparisons, 1950–1988" *The Quarterly Journal of Economics*, **106**, 327–368.

[129] Szulc, A. (1995), "Measurement of Poverty : Poland in the 1980's", *The Review of Income and Wealth*, **41 (2)**, 191–206.

[130] Takayama, N. (1979), “Poverty, Income Inequality, and their Measures : Professor sen’s Axiomatic Approach Reconsidered” *Econometrica*, **47**, 747–759.

[131] Thistle, P.D. (1990), “Large Sample Properties of two Inequality Indices”, *Econometrica*, **58 (2)**, March, 725–728.

[132] Thon, D. (1979), “On Measuring Poverty”, *Review of Income and Wealth*, **25**, 429–439.

[133] Van den Bosch, K., T. Callan, J. Estivill, P. Hausman, B. Jeandidier, R. Muffels, and J. Yfantopoulos (1993), “A Comparison of Poverty in Seven European Countries and Regions Using Subjective and Relative Measures” *Journal of Population Economics,* **6**, 235–259.

[134] Watts, H.W. (1968), “An Economic Definition of Poverty”, in D.P. Moynihan (ed.), *On Understanding Poverty*, New York : Basic Books.

[135] Wolak, F.A. (1989), “Testing Inequality Constraints in Linear Econometric Models” *Journal of Econometrics*, **41**, 205–235.

[136] Xu, K. and L. Osberg (1998), “A Distribution-Free Test for Deprivation Dominance” Department of Economics, Dalhousie University, Halifax.

[137] Yitzhaki, S., (1983), “On an Extension of the Gini Index”, *International Economic Review,* **24**, 617–628.

[138] Yitzhaki, S. (1979), “Relative Deprivation and the Gini Coefficient”, *Quarterly Journal of Economics,* **93**, 321-324.

[139] Yitzhaki, S. and J. Lewis (1996), “Guidelines on Searching for a Dalton-Improving Tax Reform : An Illustration with Data from Indonesia”, *The World Bank Economic Review*, **10 (3)**, 1–562.

[140] Yitzhaki, S. and J. Slemrod (1991), “Welfare Dominance : An Application to Commodity Taxation”, *American Economic Review,* **LXXXI**, 480–496.

[141] Yitzhaki, S. and W. Thirsk (1990), “Welfare Dominance and the Design of Excise Taxation in the Cote D’Ivoire”, *Journal of Development Economics*, **33**, 1–18.

[142] Zheng, B. (1997a), “Aggregate Poverty Measures”, *Journal of Economic Surveys*, **11**, 123–63.

[143] Zheng, B. (1997b), “Statistical Inferences for Poverty Measures with Relative Poverty Lines” mimeo, Department of Economics, University of Colorado.

[144] Zheng, Buhong (1999), “On the Power of Poverty Orderings”, forthcoming in *Social Choice and Welfare*.